MATHEMATIQUES DANS L'ENSEIGNEMENT SECONDAIRE : CONTRAINTES ET OUTILS NOUVEAUX

par

J. Martinet

(Université de Strasbourg)

Intervenants :

Robert AMALBERTI (Président de l'APMEP)
Bernard CORNU (Université de Grenoble)
Pierre LEGRAND (Doyen de l'Inspection Générale de Mathématiques)
Claude PAIR (Institut Polytechnique National de Lorraine, Nancy)
François PLUVINAGE (Université de Strasbourg)
Gérard VERGNAUD (CNRS, Psychologie, Paris)

Dans les débats actuels concernant l'enseignement secondaire, les Mathématiques sont en général les premières accusées. Ce phénomène reflète à la fois l'importance du rôle social qui leur est attribué, et les difficultés de leur enseignement.

La première partie de ce compte-rendu regroupe des analyses relatives à quelques unes des principales questions qui sont posées aujourd'hui, par la société, aux mathématiques comme discipline d'enseignement général : l'échec scolaire en mathématiques à la sortie du Collège ; le rôle des mathématiques comme outil de sélection ; l'insuffisance de recrutement des sections scientifiques des Lycées ; les objectifs de l'enseignement des mathématiques et leur mise en oeuvre par le corps enseignant ; les besoins sociaux et l'enseignement des mathématiques.

La seconde partie est prospective ; les interventions qu'elle contient proposent des points de repère sur les questions suivantes : les objectifs d'une formation mathématique pour tous (scolarité obligatoire) ; les enseignements de mathématiques au Lycée ; la formation continue des Professeurs et le problème du recrutement ; le rôle de l'informatique dans l'enseignement mathématique.

I. ANALYSE DE QUELQUES PROBLEMES ACTUELS

1. L'échec en Mathématiques à la fin de la scolarité obligatoire

a - G. VERGNAUD :

L'échec en mathématiques est une notion relative. En premier lieu, elle est relative à l'état de développement de nos sociétés, et notamment des besoins de formation qui s'expriment dans une société technologique et scientifique avancée comme la nôtre. On commence à admettre que nous avons besoin d'une formation de bon niveau pour tous.

L'échec en mathématiques est une notion relative d'un autre point de vue encore : il existe une proportion significative d'élèves qui réussissent bien parmi les élèves français, y compris par comparaison avec ce qui se passe dans les autres pays. Les enquêtes internationales ne montrent pas une faiblesse particulière de la France sur ce point.

Et pourtant on parle à juste titre de l'échec en mathématiques : un grand nombre d'élèves n'atteignent pas les objectifs qu'une certaine lecture des programmes pourrait laisser espérer. Voici quelques exemples de points de résistance pour lesquels les élèves butent encore à la fin de l'enseignement obligatoire.

Les nombres relatifs

60% des élèves, en fin de troisième, ont des difficultés gour calculer avec des nombres négatifs, lorsque ceux-ci sont insérés dans une parenthèse précédée d'un signe "moins". Ce n'est pas seulement un problème de syntaxe, car on retrouve le même taux d'échec dans les situations modélisables par des relatifs (impliquant par exemple la composition et la décomposition de transformations positives ou négatives) lorsque la solution revient à soustraire deux nombres de signes contraires. Cette soustraction demande en effet l'addition des valeurs absolues, ce qui contredit l'intuition qu'ont les élèves de l'addition et de la soustraction.

La proportionnalité

Les élèves disposent de connaissances non négligeables, par exemple : ils utilisent bien les propriétés d'isomorphisme de la fonction linéaire. Par contre, ils ont de grandes difficultés avec la proportion multiple : lorsqu'une variable dépend linéairement de plusieurs autres variables, indépendantes entre elles. Ils ont alors du mal à saisir les liens de dépendance-indépendance qui régissent les relations entre variables, et notamment l'analyse dimensionnelle sous-jacente (on mesure les conséquences pour l'apprentissage de la physique), et ils traitent mal également la composition et la décomposition de rapports.

Avec ces deux exemples, on touche à la fois le problème des concepts mathématiques et celui de la modélisation mathématique. La modélisation, justement, est un point de faiblesse de I'enseignement actuel. D'une part les élèves réussissent mal les problèmes pour lesquels la solution demande une modélisation ; d'autre part, cet aspect des mathématiques n'est pas bien pris en charge dans l'enseignement français actuel des mathématiques, ni au niveau du collège, où cela permettrait de donner du sens aux concepts mathématiques et à l'algèbre, ni aux niveaux supérieurs puisque le même défaut se retrouve chez les élèves-ingénieurs. On observe aussi cette faiblesse dans des catégories professionnelles intermédiaires : techniciens, gestionnaires, etc.

A travers ces difficultés, deux concepts mathématiques apparaissent tout à fait essentiels : ceux de fonction et de variable, y compris de fonction de plusieurs variables. La plupart des élèves comprennent mal ces concepts, et d'ailleurs les manuels et les enseignants paraissent en sous-estimer l'importance et la difficulté.

Le concept de fonction de deux variables est à peu près totalement absent de I'enseignement au collège, alors qu'il serait intéressant de l'introduire pour la modélisation de certains problèmes à deux inconnues, et pour l'interprétation des formules "bilinéaires" ou trilinéaires, comme les formules d'aire et de volume.

Mon dernier exemple concerne la géométrie, notamment la difficulté qu'ont les élèves à distinguer clairement entre un objet à trois dimensions et son dessin dans le plan : 60% des élèves de troisième, devant le dessin d'un cube en perspective cavalière, font une estimation fausse des angles et des longueurs, auxquelles ils attribuent les mesures prises sur le dessin, faisant ainsi une confusion entre les propriétés du signifiant et celles du signifié.

L'échec en mathématiques est d'abord celui des élèves ; il est vécu comme tel. C'est aussi celui des enseignants et du système éducatif. De meilleurs programmes et de meilleurs manuels, une recherche plus développée, une meilleure formation des enseignants, davantage liée à la recherche et à l'innovation, telles sont les solutions explorées aujourd'hui.

Mais nous ne sommes qu'au début du chemin. Il ne faut pas croire que les difficultés conceptuelles des élèves peuvent être surmontées aisément. Ne croyons pas aux miracles. Cependant les recherches montrent que l'on peut faire beaucoup. On peut aussi faire beaucoup pour construire un enseignement des mathématiques plus attractif, même s'il reste difficile.

L'échec le plus grave de l'enseignement actuel, c'est qu'il contribue à détourner beaucoup d'élèves des filières scientifiques et techniques, qui seraient parfaitement capables de s'engager dans ces filières.

b - F. PLUVINAGE :

Les résultats de l'enseignement mathématique peuvent être envisagés d'un point de vue macroscopique : quels niveaux de réussite atteint-on dans la population scolarisée ? Ils peuvent aussi être envisagés d'un point de vue microscopique : en quoi l'enseignement mathématique profite-t-il à tel ou tel élève ?

Le bon vieux temps ?

Du point de vue macroscopique, on observe en fin de scolarité obligatoire, contrairement à certaines affirmations qui circulent parfois, des résultats qui s'améliorent très légèrement au fil des années. On ne peut donc pas parler d'un présent qui serait difficile par rapport à un passé qui aurait été meilleur. Des observations qui remontent à une quinzaine d'années auraient pu susciter à l'époque bien des inquiétudes sur la qualité des apprentissages obtenus. Par exemple, pour une question demandant de placer quelques nombres par rapport à -1, 0 et 1, seul un cas tout à fait évident (x=0,0085) était réussi par la quasi totalité de la population ; le placement correct de 1/(51,7-50,9) n'était réalisé que par moins de 30% des élèves interrogés, et l'inverse de (-0,378) n'était bien placé que par environ 20% des élèves (alors qu'un placement au hasard parmi les quatre possibilités aurait conduit à 25% de réussite !). Différentes enquêtes ont montré que ces résultats ne sont nullement anecdotiques, mais reflètent une réalité dans laquelle les apprentissages de base sont difficiles à atteindre, et nécessitent des efforts appropriés et soutenus de l'enseignement.

Aujourd'hui les instances de décision ne nient plus cette réalité et préfèrent la prendre en compte plutôt que de chercher à la contourner.

2. Mathématiques et sélection : le recrutement des sections scientifiques

a - C. PAIR

Il serait intéressant de faire un sondage pour savoir quels sont les mots le plus souvent associés à "mathématiques" dans l'opinion. Je crois que l'un d'eux serait "sélection". C'est vrai, et en même temps c'est quelque peu injuste.

Il faut en effet comprendre le mécanisme de la sélection dans l'enseignement secondaire. Il possède trois composantes : les demandes de la société ; les exigences des filières de l'enseignement supérieur ; et les réactions du système éducatif.

Les demandes de la société ont changé au cours des dernières décennies. Auparavant, avant les années 1950, la société demandait peu à l'Ecole : une formation de base (lire, écrire, compter) pour une masse de main d'oeuvre non qualifiée ; pour une élite déjà largement déterminée, la transmission de valeurs et de signes distinctifs, tout cela étant plus lié aux humanités qu'aux sciences ; cependant, à l'intérieur de cette élite, l'économie avait besoin d'un petit nombre d'ingénieurs : les mathématiques préparaient à un métier, en particulier parce que l'une des fonctions de l'ingénieur est de résoudre des problèmes... et aussi parce qu'elles peuvent figurer parmi les signes distinctifs.

Pendant la période de croissance, la demande s'est diversifiée, et elle est d'abord venue de l'industrie, de la production. Et comme l'étaient les ingénieurs qui tenaient les postes de responsabilité dans la production, la demande s'est portée vers les scientifiques, ce qui n'était d'ailleurs pas absurde pour former des techniciens : la science est un accès à la technique. La société a donc demandé de plus en plus de scientifiques.

Au moment où la crise est intervenue, on a attaché, chez les élèves et leurs familles, de plus en plus d'importance aux études, ou plutôt à ce qu'elles permettent d'espérer socialement. La stratégie des élèves et des familles est non seulement de privilégier les études les plus sûres en termes de débouchés, qui sont les études scientifiques, mais aussi celles qui ferment le moins possible de portes.

Or, les filières de l'enseignement supérieur ont des exigences extrêmement diverses : la plupart demandent des méthodes générales de travail, mais guère de connaissances spécifiques à leur domaine ... quand elles ne préfèrent pas les étudiants qui n'en possèdent pas. Au contraire, les filières scientifiques ont des exigences en termes de connaissances. Alors, il y a une filière qui ouvre à tout - la filière C, une autre à presque tout, D, etc., et se crée ainsi une hiérarchie des filières.

Les élèves demandent donc en priorité les filières qui ont les débouchés les plus larges. Alors, pour les filières scientifiques, on se trouve devant une demande plus importante en aval comme en amont. On pourrait donc penser que tout va pour le mieux et que ces deux demandes vont s'ajuster. Mais là intervient la réaction du système. Elle est peut-être en train de changer, c'est à voir, mais pendant très longtemps elle a été de maintenir les exigences, non seulement en niveau mais en nature ; de les maintenir, et même de les renforcer en profitant de la demande croissante, notamment pour ce qui concerne la quantité de travail et la complexité des sujets.

De sorte que, si on ne peut pas nier que le lycée se soit démocratisé, à l'intérieur du lycée s'est créé un sous-lycée qui est devenu particulièrement sélectif : c'est celui qui conduit aux séries scientifiques ; pas uniquement parce qu'elles sont scientifiques, comme nous l'avons vu, mais de fait ce sont les mathématiques et la physique qui se trouvent au premier plan de cette sélection. Et par récurrence, la sélection par les matières scientifiques s'est développée en amont. J'ai pu par exemple constater, dans des établissements avec lesquels je travaille, qu'à la fin de la cinquième, la différence entre les élèves qui passent en quatrième de collège et les autres, porte sur les résultats en mathématiques plus que sur ceux des autres disciplines.

c - P. LEGRAND :

Mathématiques et sélection

Ce problème est vraiment devenu un problème passionnel. Je veux dire que, pour une très large part de la population, les mathématiques ne sont absolument pas perçues comme un outil de travail, ni comme une formation ayant une valeur par elle-même, mais comme une espèce d'épreuve initiatique : en somme, pour voir si un jeune est digne de devenir un chef, plutôt que de le faire asseoir pendant une nuit sur une fourmilière comme, dit-on, cela se pratique dans certaines peuplades, on lui donnerait à résoudre un problème de bac de terminale C. Il y a là une espèce de fascination pour les mathématiques, à la fois admirées et haies, qui est parfaitement malsaine et qui n'a strictement rien à voir avec leur rôle réel. Je pense qu'il faut essayer de dépassionner le débat et de ne plus voir exclusivement les mathématiques en fonction de la place qu'elles tiennent dans la sélection. Je proposerais bien volontiers à ce propos qu'on essaie en matière d'orientation de laisser une part beaucoup plus large que celle qui est donnée actuellement, au choix pur et simple des élèves, c'est-à-dire qu'on laisse aller vers les séries scientifiques les élèves qui souhaitent faire des études scientifiques comme après tout on laisse sans trop de discussion aller vers les études littéraires les élèves qui ont envie de faire des études littéraires. Il n'est pas bon que les questions de goûts et d'aptitudes personnels soient occultées par des évaluations de niveau faites de l'extérieur d'une façon finalement très autoritaire.

Recrutement des sections scientifiques

Je voudrais ajouter quelques indications sur le recrutement des sections scientifiques des lycées. Il me paraît important de donner son évolution, car il est de fait assez dramatiquement insuffisant. *Grosso modo,* il y a actuellement en Seconde près de 400 000 élèves. Il s'en retrouvera en Première scientifique à peu près 117 000, ce qui fait un petit 30% de l'effectif. Mais à l'issue de la Première, et c'est peut-être là le point le plus choquant, plus du quart des élèves ainsi triés redoublent ou sont rejetés vers une filière non scientifique. Donc, première anomalie, on prend des élèves qui très souvent sont les meilleurs et on leur fait subir au bout d'un an un nouveau tri : ils passent ou ne passent pas dans une Terminale scientifique. De plus, à l'issue de la Première, ce n'est pas selon les aptitudes, plus portées vers les mathématiques ou plus portées vers la biologie, que l'on choisit entre C et D. On ne vous laisse pas l'embarras de choisir, le conseil de classe choisit généreusement pour vous (avec souvent bien sûr l'appui des familles, mais, dans l'ensemble, c'est le corps enseignant qui choisit). On arrive ainsi à une petite moitié de bacheliers C et E sur l'ensemble des bacheliers scientifiques.

Il faut cependant reconnaître qu'il y a depuis peu quelques lueurs d'espoir. L'évolution des trois ou quatre dernières années est nettement favorable. J'ai parlé de 117 000 élèves en Première scientifique (E compris). Il y a seulement trois ans, ce n'était pas 117 000 mais 86 000. Donc un mieux net apparaît, même s'il est encore insuffisant. De même, l'équilibre entre C et D est en train de s'améliorer : on est passé de 42 000 élèves en C-E et 56 000 en D en 1982-83 à environ 48 à 49 000 de chaque côté cette année. Là aussi les chiffres vont dans le bon sens, c'est-à-dire vers une meilleure adaptation des orientations aux débouchés. Les efforts qui ont été entrepris sont surtout à l'heure actuelle des efforts incitatifs auprès des enseignants, des chefs d'établissement, des recteurs ; ces initiatives émanent conjointement de la Direction des lycées et collèges et de l'Inspection générale.

Suggérons brièvement d'autres façons d'améliorer le recrutement des sections scientifiques. Tout d'abord alléger les programmes : ils viennent d'être allégés en mathématiques et le seront dans deux ans en sciences physiques ; aucun allègement n'est par contre encore envisagé dans les autres disciplines, qui représentent plus de la moitié de la charge globale d'un élève de Terminale scientifique. En second lieu, diminution des niveaux d'exigence : si l'on veut ouvrir les portes à un plus grand nombre d'élèves, il faut éviter certaines acrobaties intellectuelles, ce qui ne veut pas dire abaisser le niveau de formation. Il faut aussi, je le rappelle, faire très attention aux problèmes d'orientation : atténuer le côté autoritaire de l'orientation me parait un minimum. Enfin, et c'est un point très important, il faut voir ce que l'on peut faire pour attirer davantage de jeunes filles dans l'enseignement scientifique. Il est patent qu'il y a là actuellement un vivier qui reste pour une large part inexploité.

APPENDICE

Voici pour terminer les chiffres donnant l'évolution du nombre de bacheliers scientifiques de type math-physique et du nombre total de bacheliers depuis 1970.

en 1970, 27 000 bacheliers C et E pour 167 000 bacheliers
en 1975, 35 000 bacheliers C et E pour 204 000 bacheliers
en 1980, 38 000 bacheliers C et E pour 222 000 bacheliers
en 1985, 40 000 bacheliers C et E pour 253 000 bacheliers

Avec les chiffres actuels de scolarité en 87-88, il faut s'attendre à une progression, mais elle sera de toute façon insuffisante.

3. La dérive des objectifs : un **mal** français ?

a - **J.** MARTINET :

J'interviens ici en tant que mathématicien ayant, depuis une dizaine d'années, des relations suivies avec des collègues de l'enseignement secondaire. J'observe que la pratique enseignante conduit régulièrement à une dérive par rapport aux programmes officiels et à leurs objectifs :

- Dans le domaine conceptuel, la tentation de vouloir fonder les notions du programme en respectant aussi fidèlement que passible leur statut actuel dans l'édifice mathématique conduit à des exigences formelles excessives. Voici un exemple typique. Les programmes font actuellement une place plus importante qu'autrefois à l'étude des suites de nombres et à la notion de limite. L'objectif essentiel est que l'élève prenne conscience des situations fréquentes où un nombre n'est pas calculé par une formule finie, mais par un processus simple et infini, qui permet d'obtenir une précision arbitraire donnée. Cet objectif peut être atteint au prix d'une introduction largement intuitive à l'idée de limite (nettement suggérée par les programmes en vigueur). Dans la pratique, un développement formel détaillé, de style universitaire, reste malgré tout dominant.

- Dans le domaine technique, les manuels proposent trop d'exercices de haute virtuosité, et souvent artificiels.

- Dans le domaine du langage et du symbolisme, il y a aussi une nette exagération : excès de vocabulaire et de notations.

Globalement, il me semble qu'est perdu de vue un objectif fondamental de tout enseignement de base en mathématiques : donner une maîtrise accrue des nombres et des formes. Les réformes précipitées des programmes, pendant les dix dernières années, ont évidemment contribué à créer cette situation. Les allègements récents étaient indispensables, mais il reste des insuffisances inquiétantes dans les programmes des classes scientifiques des Lycées (comme l'absence de toute arithmétique, c'est-à-dire l'étude des nombres entiers !).

b - R. AMALBERTI :

En tant que président de l'A.P.M.E.P, Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public, je voudrais essayer d'entrer un peu plus dans les problèmes de fonctionnement interne de l'enseignement des mathématiques du secondaire et aussi tenter d'analyser certaines causes de dysfonctionnement qui me paraissent essentielles.

L'enseignement secondaire a ses contraintes spécifiques, sa psychologie particulière héritée d'une longue tradition de centralisme normatif et fortement hiérarchisé. Tout ceci peut sembler bizarre, voire incompréhensible à qui vient de l'extérieur, mais il y a là un certain nombre de paramètres qu'il importe de ne pas mésestimer lorsqu'on se penche sur le problème du fonctionnement d'une discipline aussi sensible que les mathématiques.

L'enseignement des mathématiques est à l'heure actuelle dans une période où l'on essaie de promouvoir un renouvellement à la fois des contenus et des méthodes dans le but de répondre à des besoins sociaux et techniques nouveaux. En gros : techniquement l'avènement et la généralisation des moyens de calcul électroniques a créé ses propres problèmes de développement scientifique et de formation tandis que socialement, la sophistication croissante du codage de l'information amène de plus en plus de gens à fréquenter des objets mathématiques.

La question qui se pose est alors la suivante : quels sont les moyens, les outils, que s'est donné le système pour mener à bien cette mutation dans le domaine de l'enseignement secondaire ?

Les mathématiciens de cet ordre d'enseignement ont la chance d'avoir un "bureau d'études" : la COPREM jusqu'à une date récente, le GREM à présent. Orientations et compétences de ces organismes, dont on peut regretter qu'ils demeurent ou soient demeurés aussi confidentiels y compris dans le milieu enseignant lui même, ne sont pas à mettre en cause ici. Par contre, qu'existe-t-il, à l'arrière plan, pour transmettre et rendre opérationnel le message ? Rien ou presque rien à l'échelle d'un corps enseignant d'environ cinquante mille professeurs de mathématiques. Mis à part les IREM qui sont pour la plupart engagés dans des recherches plus fondamentales, et des corps d'inspection squelettiques qui croulent sous le poids de la gestion des carrières, de l'organisation des examens et concours, et de multiples tâches administratives.

Aussi extraordinaire que cela puisse paraître dans un système aussi jacobin que le nôtre, la communication n'existe pas vers l'enseignant de base sous forme institutionnelle. Les mathématiques, mais plus généralement tout l'enseignement secondaire, fonctionnent sur l'utopie suivante : nul enseignant n'est censé ignorer la loi à lui délivrée en termes conventionnels avec des explications restreintes à travers quelques pages du sacro-saint BOEN - La déontologie de ce genre de littérature interdisant d'ailleurs d'y faire figurer des indications didactiques et se souciant fort peu jusqu'à une date très récente de l'interprétation qu'en donnent les enseignants quant aux niveaux de compétences.

En réalité, comment opère l'enseignant de base qui a eu communication ou simplement entendu parler, car les photocopies sont chères et l'information noyée dans une logorrhee de textes purement administratifs, du "nouveau programme" qu'il va avoir à mettre en oeuvre ? Le plus souvent, ne nous faisons pas d'illusions, le texte officiel est peu lu, il ne semble d'ailleurs guère conçu pour cela ! Et l'on se fie aux manuels sortis à la date de la rentrée.

C'est dire que, grosso modo, dans un secteur aussi sensible que celui de l'enseignement des mathématiques, la situation est celle d'une entreprise qui aurait un bureau d'études performant, au dernier étage de la tour administrative, lequel jetterait ses projets par la fenêtre dans la cour de l'usine, où viendrait les ramasser qui le veut bien en attendant que la presse locale (les éditeurs) en donnent un écho plus ou moins déformé auquel se fieraient les ateliers de production ! Sans personne, dans l'entreprise ou ailleurs, pour opérationnaliser les projets, faire une étude de faisabilité, concevoir une maquette, gérer systématiquement l'information et la formation et enfin pour donner le feu vert à la production lorsque le produit est au point.

Ce type de gestion, à la rigueur concevable à une époque où la formation mathématique était figée sur des valeurs de forme et de fond bien établies, fortement consensuelles depuis des lustres, ne l'est plus dans une période de mutation.

Il y a là un certain nombre de lacunes de conception qui hypothèquent gravement tout projet de rénovation de l'enseignement des mathématiques. Prenons garde, par ailleurs, au fait que le corps enseignant mathématicien de l'enseignement secondaire, balloté au gré de réformes successives insuffisamment préparées et surtout mal gérées, est devenu de moins en moins réceptif.

Voilà pourquoi il est urgent, pour agir en profondeur, de concevoir de nouvelles structures faisant une large part à la communication et à la gestion de la novation.

L'A.P.M.E.P est prête à y participer.

c - B. CORNU :

Robert Amalberti a bien montré le problème de la communication entre le système éducatif et les enseignants. Ce problème n'est pas celui de programmes qui seraient trop lourds, mais celui des objectifs que les enseignants se donnent pour leur enseignement.

Un autre problème de communication existe, entre le professeur et l'élève. Si les objectifs de l'enseignant sont vastes et très ambitieux, les élèves fabriquent leurs propres objectifs, dans leur propre langage, à partir d'habitudes, à partir des critères qui font que l'on redouble ou non une classe, à partir des pratiques habituelles au collège ou au lycée. Face aux exigences parfois grandes de l'enseignant, l'élève est ainsi amené à se contenter de la moyenne, à faire des "impasses" sur certaines parties du programme. Il se crée alors l'idée que pour réussir, il suffit d'avoir vu la moitié des choses ou d'avoir vu les choses à moitié. Ce décalage nécessite un effort de communication entre les enseignants et les élèves, sur les objectifs du travail.

4. Les insuffisances de notre enseignement par rapport aux besoins sociaux

a - C. PAIR :

Les insuffisances sont à la fois quantitatives et qualitatives.

Pour ce qui concerne les insuffisances quantitatives, on en a déjà beaucoup parlé. Je ne rappellerai que les principaux points :

- la société a besoin de davantage de scientifiques ;
- la plupart des filières de l'enseignement supérieur viennent recruter parmi les scientifiques ;
- on constate une stagnation numérique des séries scientifiques du lycée : leur part dans l'ensemble des bacheliers a constamment diminué de 1975 (15%) à 1983 (12%) ; et si elle a un peu remonté à partir de 1984, elle reste autour de 13%.

Il n'est donc pas étonnant que le recrutement des scientifiques se heurte à des difficultés, l'exemple le plus criant étant celui des professeurs : nous en parlerons tout à l'heure.

Du point de vue qualitatif, on constate indiscutablement une élévation du niveau scientifique des meilleurs élèves. Mais cette élévation porte sans doute davantage sur l'emploi des formalismes que sur la capacité à traiter des problèmes réels. G. Vergnaud l'a dit tout à l'heure. Il est d'ailleurs singificatif que tout problème non mathématique posé en classe de mathématiques provoque l'étonnement. Il n'y a pas non plus de progrès sur la compréhension en profondeur des notions : on sait mieux manipuler formellement les objets mathématiques que comprendre leur signification.

Chaque année, par exemple, dans mon cours d'informatique, je rencontre la question suivante : dans un tableau ordonné, on veut chercher un élément ; on se demande s'il est dans la première ou la seconde moitié, puis on recommence à partager cette moitié ... ; si le tableau a n éléments, on passe ainsi à $n/2$ éléments, puis $n/4$ ... ; au bout de combien de partages aura-t-on fini, c'est-à-dire sera-t-on parvenu à un seul élément ? Eh bien, avec des élèves d'écoles ingénieurs - donc des jeunes gens bien sélectionnés - on obtient rarement la réponse $\log_2 n$, mais un peu n'importe quoi : $n/2$, $\sqrt{n}$, ... Ces élèves sont pourtant très capables de faire de savantes gymnastiques avec les logarithmes, mais ils n'ont pas intégré la notion même de logarithme.

Il me semble que cet aspect purement formel des choses est lié à une certaine perte de goût pour les mathématiques. On voit de plus en plus rarement des élèves de classe terminale dire "je veux faire des mathématiques parce que cela me plaît". C'est une réaction à un certain gavage.

Devant cette situation, on doit se poser la question de ce que la société demande aujourd'hui à l'enseignement des mathématiques, pour éviter de se laisser uniquement emporter par la tradition. A mon avis, les demandes portent essentiellement sur trois points.

D'abord, les mathématiques sont un langage : expressions algébriques, variables, fonctions, fonctions linéaires, exponentielles, logarithmes, graphiques, un peu de statistique, formes géométriques, voilà des outils dont on ne peut plus se passer dans le monde actuel. Mais l'important dans ce langage, ce n'est pas seulement sa grammaire, c'est aussi sa sémantique, le signifié plus que le signifiant, pour reprendre les termes de G. Vergnaud. Et on ne passe pas assez de temps sur cette relation entre signifié et signifiant.

Ensuite, les mathématiques sont un moyen de poser et de résoudre des problèmes, et donc de réfléchir pour agir. Enfin, elles permettent l'apprentissage du raisonnement, tout au moins d'une certaine forme de raisonnement, car il faut éviter d'être totalitaire et de croire que tout raisonnement est de style mathématique ; et c'est sans doute un des dangers du mode de sélection actuel que de ne guère former les futurs décideurs qu'à ce type de raisonnement.

Ces trois exigences ne sont pas indépendantes : le langage mathématique est un moyen de poser des problèmes, pour pouvoir ensuite les résoudre par le raisonnement. On s'aperçoit donc que c'est la notion de problème qui est centrale : passage d'une situation extra-mathématique à une situation mathématique, puis raisonnement sur cette situation mathématique, et retour à la situation de départ. Si l'abstraction est ce processus d'aller et retour, je suis pour l'abstraction ; si au contraire, c'est seulement la partie centrale, si elle ne consiste qu'à se mouvoir parmi les entités mathématiques, je ne suis plus partie prenante.

Mais l'enseignement des mathématiques n'a-t-il pas toujours tendance à privilégier le raisonnement formel, la partie centrale du processus, plutôt que celle qui consiste à poser le problème ou à y revenir ? Or, cette partie centrale est en train de perdre beaucoup de son importance, car il y a maintenant des outils automatiques pour la résolution. Prenons deux exemples.

Les dérivées étaient, sont encore, un outil pour tracer des graphiques. Mais aujourd'hui il suffit d'appuyer sur un bouton pour obtenir un tel tracé. Donc les dérivées n'ont là plus guère d'utilité ; en revanche, elles continuent à en avoir pour poser des problèmes, et aboutir par exemple à des équations différentielles. Que l'élève n'en connaisse pas de méthodes de résolution n'est pas très grave si on dispose d'un outil pour les résoudre.

Un second exemple concerne l'analyse de données. Elle peut être appliquée à beaucoup de domaines. Mais elle est trop compliquée pour être étudiée dans l'enseignement secondaire. Est-ce que pour autant cela doit empêcher d'utiliser des logiciels d'analyse de données ? Sans doute pas s'il s'agit de poser des problèmes et d'interpréter des résultats, en utilisant une "boite noire" pour effectuer les calculs. D'ailleurs, notre civilisation est pleine de boîtes noires qu'il faut apprendre à utiliser avec esprit critique sans pour autant connaître le détail de leur fonctionnement. Et déjà les calculettes sont de ce type.

Voilà qui dessine quelques actions souhaitables.

b - G. **VERGNAUD** :

Je voudrais ajouter quelques mots, pour parler des besoins de l'ensemble des élèves, et pas seulement de la minorité de ceux qui réussissent. Les temps en effet ont changé. Aujourd'hui, à l'Agence Nationale pour l'Emploi, certains industriels recherchent des "OS de niveau bac". C'est une réalité nouvelle, qui amène de nouvelles questions.

Quelle formation mathématique et scientifique minimum les élèves devraient-ils tous recevoir pour avoir quelque chance de trouver du travail ? Prenons quelques exemples :

- quelles connaissances de géométrie analytique faut-il pour comprendre et utiliser une machine à commande numérique, ou un système utilisant le dessin assisté par ordinateur ?

- quelles connaissances mathématiques faut-il à un agriculteur, un éleveur, un artisan ou un petit commerçant pour gérer correctement son entreprise : faire les bons choix en matière d'achat et d'investissement, tenir une comptabilité et l'interpréter, lire un bilan et en tirer les enseignements pour la bonne conduite de l'entreprise. C'est pour des raisons fondamentalement algébriques qu'on trouve au passif d'un bilan le capital, les bénéfices, les amortissements et les provisions. Comment comprendre et gérer la composition additive de rubriques aussi dissemblables ?

- enfin, la lecture des graphiques, des diagrammes et des tableaux fait maintenant partie de la culture quotidienne, celle des journaux et de la télévision. Comprendre ces images et ne pas se laisser abuser par les indices mensongers, c'est encore une retombée non négligeable d'une formation honnête en mathématiques.

II. DES POINTS DE REPERE POUR L'AVENIR

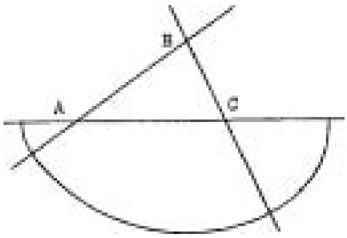
1. La formation mathématique pour tous (scolarité obligatoire)

a - F. PLUVINAGE :

Une disipline scolaire irremplaçable : les mathématiques

Ca et là surgit la question : "A quoi ça sert, les mathématiques ?". Venant d'un élève, cette question n'interpelle pas la communauté mathématique, mais revêt un caractère beaucoup plus local, relevant du point de vue "microscopique". Personnalisée, la question devient : "Qu'est ce que les mathématiques peuvent m'apprendre, que je n'apprenne pas dans une autre discipline ?". Les réponses classiques se rapportent aux contenus d'enseignement. Elles restent alors partielles et inadaptées à beaucoup d'élèves. Une réponse plus effective demande d'analyser de près les tâches proposées en mathématiques, d'en distinguer les points communs et les caractéristiques qui font leur spécificité par rapport à celles d'autres disciplines scolaires. Et cette analyse de tâches conduit en particulier à repérer une pratique systématique de plusieurs registres d'expression, dont les mathématiques précisent ou même construisent les règles syntaxiques et sémantiques : registres de la langue usuelle, du langage symbolique, des représentations géométriques, graphiques, registre algorithmique. Les autres disciplines, qui ont chacune recours à plusieurs de ces registres, (et c'est indispensable dans une optique de formation lorsqu'on sait la variété des modes d'information au travers desquels s'expriment les idées, techniques ou résultats de toute discipline), attendent des mathématiques qu'elles apprennent l'accès et la mise en oeuvre des registres qu'elles utilisent. Cette mise en oeuvre suppose une connaissance au moins sommaire de l'économie propre à chacun de ces registres, ainsi que des possibilités de transfert. On ne troque pas aisément la langue naturelle et la langue symbolique s'il s'agit de dire, pour nous en tenir à des exemples mathématiques "$(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$" ou "la suite des nombres premiers est illimitée".

L'attention portée de façon exclusive sur les contenus occulte les problèmes propres aux modes d'expression et peut aller jusqu'à rendre l'incompréhension (d'un élève) incompréhensible (au professeur). Comment comprendre par exemple que de jeunes collégiens puissent en même temps échouer dans la reproduction de la figure ci-après, constituée d'arcs de cercles de centres successifs A, B et C, et réussir dans sa continuation par d'autres arcs de cercles, si l'on n'a pas une



vision multi-dimensionnelle des acquisitions. Ici, ce qui est en jeu est une indépendance pouvant aller jusqu'à l'opposition des appréhensions perceptive et algorithmique.

C'est par exemple une telle vision multi-dimensionnelle des apprentissages qui peut permettre de comprendre toute la complexité d'une appropriation fondamentale comme celle de la linéarité. Tableaux de proportionnalité, droites passant par l'origine des axes d'un graphique, formules, facteurs constants, ne sont que des avatars d'un même phénomène mathématique, applicable à des situations extra-mathématiques *a priori* sans rapports les unes avec les autres, sinon au terme d'activités mathématiques à la fois variées et coordonnées.

b - *G.* VERGNAUD

La question que je voudrais soulever maintenant est celle du contrôle et de la régulation du processus éducatif. Le contrôle de processus est bien connu dans l'industrie, mais le processus d'enseignement-apprentissage, géré par l'enseignant et par l'institution, échappe pour une bonne part à l'analyse rationnelle. On fabrique aujourd'hui de l'acier en disposant de toute une série d'indices sur le déroulement de la fabrication, ainsi que d'une panoplie de moyens d'intervention. L'Education Nationale ne dispose ni des indices, ni des moyens nécessaires. Vaste problème. Comment avancer ?

L'un des malentendus concerne la signification d'un programme. L'idée même de programmes distincts présuppose que le contenu du programme de la classe n n'est pas celui de la classe n-1 ni celui de la clase n+1.

On sous-entend ainsi sans le vouloir que les élèves ne savent presque rien au début de l'année sur les contenus du programme, qu'on va tout leur apprendre, et qu'ils devraient savoir presque tout à la fin de l'année, confondant ainsi l'idée d'un programme d'activités à organiser, et celle d'un ensemble de compétences à faire acquérir effectivement.

Les choses ne sont pas ainsi : toutes les recherches montrent que la conceptualisation du réel, y compris en mathématiques, s'étale sur une très longue période de temps ; évidemment, les élèves savent déjà des choses en début d'année, et en fin d'année ils sont loin de tout maîtriser, y compris les meilleurs. On peut même observer que le gain en pourcentage, pour des compétences bien repérées, est rarement supérieur à 15 ou 20% ; tous les élèves progressent, mais les plus faibles pour des compétences déjà atteintes par les plus avancés, et ces derniers pour des compétences qui demeurent hors d'atteinte pour les plus faibles.

Or, nous ne disposons pas des instruments de mesure qui permettraient d'évaluer ces progressions.

Il faudrait un système d'évaluation différencié, permettant de fixer une hiérarchie raisonnée d'objectifs, d'assurer une certaine régulation du processus de formation des compétences, et d'y associer les élèves. Ce devrait certainement être un grand projet du Ministère de l'Education Nationale pour les décennies à venir, si l'on veut introduire un peu de rationalité dans la gestion des processus éducatifs.

c - **Réponse** de F. PLUVINAGE à diverses questions concernant l'exercice du métier de **Professeur** de mathématiques au Collège :

Face à tous les problèmes de gestion d'un enseignement, dont on a vu qu'il va bien au-delà du fait de "dérouler" une chaîne de contenus mathématiques, les professeurs éprouvent souvent l'impression que le bon exercice de leur métier passe au second plan, après bien d'autres nécessités, à commencer par le simple accueil des élèves. "Comment donner du goût et des compétences pour les mathématiques à plus de trente élèves d'une classe de sixième que l'on voit trois heures par semaine ?" est une question réelle. Y a-t-il un effectif critique pour une classe à un niveau scolaire donné, et quel est le seuil en-dessous duquel un horaire cesse de correspondre à des possibilités d'acquisition ? Le fait que la formation continue par les IREM n'ait plus les moyens de toucher beaucoup de professeurs va à l'encontre de l'évolution nécessaire vers une pratique efficace de la profession.

2. Les formations mathématiques au Lycée : faut-il **des** mathématiques pour tous les **élèves** ?

a - P. LEGRAND :

Perspectives de l'enseignement des mathématiques au Lycée

C'est une gageure évidemment de définir en quelques phrases ce que devrait être l'enseignement des mathématiques au lycée. Je voudrais seulement donner deux ou trois points de repère. Tout d'abord, quand on évoque le niveau d'un enseignement, on peut l'envisager de deux façons : soit l'ampleur des contenus (et là, il faut bien souligner que l'ampleur et l'ambition des contenus sont en France assez nettement inférieurs à ce qu'elles sont dans les pays voisins, en particulier Grande-Bretagne, Allemagne, Belgique, Espagne), soit les exigences (et là, par contre, nous sommes nettement en tête : exigences en matière de démonstration, de rédaction et également de maîtrise du programme). Je veux dire que, par exemple, pour exposer la notion de limite, un professeur anglais se contentera de donner une idée intuitive et d'énoncer des règles opératoires, pour passer presque aussitôt à des études de fonctions dans lesquelles il appliquera la notion. Le professeur français ne réagira pas, en général, de la même façon : il essaiera d'échafauder une construction qui soit aussi raisonnablement rigoureuse que possible, puis il fera un assez grand nombres d'exercices d'assouplissement, parfois fort complexes, avant de proposer à ses élèves l'étude de fonctions. Je ne dis pas que c'est un réflexe universel, mais c'est une pratique assez courante dans notre pays. Il va de soi que, si nous voulons ouvrir davantage l'enseignement scientifique, ce n'est pas sur l'ampleur des programmes qu'il faudra jouer, puisque déjà ils sont plus restreints chez nous qu'ailleurs, mais plutôt sur le niveau de virtuosité et peut-être de compréhension profonde des mécanismes. Cela n'ira pas sans douleur ni sans inconvénients, mais je crois qu'il faudra entamer une réflexion sur ce thème.

Une autre question qui peut se poser, qui était d'ailleurs posée explicitement dans le programme de cette table ronde, est la suivante : "fait-on trop de mathématiques chez nous, et avons-nous raison de faire des mathématiques pour tous ou à peu près pour tous ?" N'oublions pas en effet que, sauf les élèves qui sortent en section G1, c'est-à-dire secrétariat, tous les élèves de l'enseignement général et technologique font des mathématiques jusqu'à la Terminale inclusivement. C'est un point qui mérite d'être discuté. Signalons que par exemple, en Angleterre, lors des deux années de préparation à l'examen de niveau avancé (grosso modo Première et Terminale) l'étudiant choisit le plus souvent trois matières d'examen seulement. Les mathématiques sont très majoritairement l'une des trois, parfois deux des trois, très exceptionnellement les trois. Le cas le plus fréquent en Grande Bretagne est donc d'un tiers de mathématiques dans l'enseignement des deux dernières années, ce qui est le pourcentage respecté en Terminale C. On peut, par contre, citer d'autres pays européens où la part de mathématiques est beaucoup moins variable selon les orientations qu'en Grande Bretagne, par exemple l'Allemagne, et statistiquement plus faible qu'en France. La comparaison avec les systèmes scolaires étrangers ne me paraît d'ailleurs pas devoir être le seul élément d'appréciation, puisque justement il y a une telle variété de solutions fonctionnant de façon raisonnable. Il faut, je crois, essayer d'analyser les besoins en mathématiques selon les séries, et se demander par exemple s'il est vraiment indispensable qu'un élève totalement décidé à s'orienter vers des études littéraires ou juridiques fasse des mathématiques en Terminale, voire en Première. C'est en tout cas une question qui mérite réflexion. On peut de même se demander, on s'est d'ailleurs demandé, s'il ne faudrait pas diversifier la Première scientifique.

Bien des réformes de structure sont envisageables mais je voudrais attirer l'attention sur un défaut français classique en matière d'enseignement : les français réagissent à ce propos toujours comme le monsieur qui achète une voiture, crève un pneu au bout de 1000km et décide de changer la voiture pour en acheter une dont cette fois-ci les pneus ne crèveront pas. Je crois préférable d'essayer de faire des réparations, de façon à avoir un système qui nominalement soit à peu près stable et qu'on puisse faire évoluer dans une certaine continuité.

Je voudrais pour terminer dire un tout petit mot d'un problème très sérieux : la question "fait-on ou non trop de mathématiques chez nous ?" ne peut actuellement pas être posée de façon totalement innocente. Cette question est en effet étroitement liée à une autre : "avons-nous assez de professeurs de mathématiques ?" Il va de soi que l'évaluation des besoins et l'évaluation des possibilités ne sont pas indépendantes. Il est notamment trop facile et tentant de dire que l'on n'a pas besoin de quelque chose lorsque l'on n'a de toute façon pas les moyens de se l'offrir.

b - Réponse de **C. PAIR** à une question sur l'opacité du langage employé par **les** mathématiciens :

Pour ce qui concerne le langage des mathématiques, la principale difficulté tient à sa concision, à son peu de redondance, plus qu'à l'emploi de termes non usuels, comme il en existe d'ailleurs dans toutes les langues techniques. Le rapport entre la quantité d'information et la longueur du texte qui la transmet est particulièrement élevé. Il faut tenir compte de cette difficulté dans l'enseignement. Les professeurs de mathématiques, habitués à ce langage, ne comprennent pas que cette caractéristique constitue un obstacle pour toute une catégorie d'élèves. Un autre obstacle, comme je l'ai dit, tient à l'importance placée dans la grammaire avec trop peu de retours à la signification.

c - Réponse de **G. VERGNAUD** à une question sur **la possibilité** de pédagogies diversifiées :

La question d'une offre d'enseignement diversifiée est effectivement une question cruciale si l'on veut répondre aux besoins d'une diversité d'élèves, inégalement intéressés par les mathématiques et par leurs différentes facettes. Mais elle est elle-même subordonnée à la question que j'ai soulevée tout à l'heure d'une évaluation différenciée.

Pour un même champ conceptuel, il existe un grand nombre de compétences distinctes, de niveaux très différents, dont les plus précoces peuvent être acquises dès l'âge de 7 ou 8 ans, alors que d'autres ne sont pas totalement maîtrisées en classe de seconde. Chaque enfant, individuellement, fait son chemin dans ce dédale. La question centrale est celle de l'adaptation de l'enseignement et de l'apprentissage à cette diversité de cheminements individuels.

Peut-être l'informatique permettra-t-elle d'individualiser une partie de l'enseignement ; ce n'est pas encore vraiment le cas. En tout état de cause, un système d'évaluation différencié devrait permettre aux enseignants de situer les élèves avec beaucoup plus de précision ; il devrait permettre aussi aux élèves à la fois de mieux se situer et de se donner des objectifs personnels accessibles. Le développement d'un tel instrument demande beaucoup de recherches, mais les bases théoriques et méthodologiques existent d'ores et déjà.

3. La formation continue **des** professeurs

a - B. CORNU :

Je voudrais faire quelques remarques sur la formation continue des professeurs, en ayant comme arrière-pensée, à titre d'exemple principal, le problème de l'introduction de l'ordinateur dans l'enseignement des mathématiques, car c'est un exemple où les problèmes apparaissent de façon plus immédiate et plus cruciale.

Le temps n'est plus où un professeur peut disposer en début de carrière du bagage de connaissances qui lui permettra d'enseigner pendant toute sa carrière. Les mathématiques évoluent, le rôle des mathématiques évolue, le besoin en mathématiques évolue, et l'enseignement des mathématiques évolue. Ceci entraîne des conséquences pour la formation initiale, et rend la formation continue tout à fait nécessaire. L'enseignant a besoin d'être à chaque instant apte à évoluer. Le mot "évolution" doit être au centre des préoccupations de la formation initiale et de la formation continue.

La formation initiale doit être principalement basée sur le contenu de la discipline. Mais elle doit aussi préparer au métier d'enseignant, notamment en donnant des outils pour la transmission du savoir mathématique. Il faudrait donner au futur enseignant une sorte "d'attitude face aux mathématiques", qui lui servirait pour son métier d'enseignant, et qui le rendrait apte aux évolutions qui se produiront dans sa discipline et dans son métier. Il conviendrait à cet égard de réfléchir sur la formation universitaire, sur les concours de recrutement, et sur la formation donnée en C.P.R.

La formation continue est nécessaire. Les professeurs qui enseigneront dans les quinze prochaines années sont déjà en exercice pour la plupart ; si l'on veut influer sur l'enseignement c'est à eux qu'il faut s'adresser.

L'utilisation de l'ordinateur pour l'enseignement illustre cette nécessité. Sous l'effet de l'informatique, les mathématiques elles-mêmes évoluent. Le besoin en mathématiques évolue lui aussi de même que l'enseignement des mathématiques. Cela doit être transmis aux enseignants par le biais de la formation continue.

La formation continue devrait être naturelle pour les enseignants. La formation continue fait partie **du** métier d'enseignant.

Le recours à la formation continue ne s'improvise pas ; dès la formation initiale on doit s'y préparer.

Porter un regard sur sa discipline, sur son activité, sur l'évolution de sa discipline, devrait faire partie du métier d'enseignant. On peut se demander à cet égard pourquoi si peu d'enseignants du second degré sont présents à ce colloque : il y a des raisons institutionnelles bien sûr, mais il y a probablement aussi le fait que ce genre de réflexion n'est pas considérée comme faisant partie du métier d'enseignant.

La formation continue doit trouver son appui dans **la** recherche **sur** l'enseignement. Cette recherche est particulièrement développée en mathématiques, au sein notamment des IREM. Elle se développe dans les équipes de didactique des mathématiques. On dispose maintenant de connaissances sur l'apprentissage des mathématiques, et on dispose d'outils pour analyser l'enseignement et l'apprentissage. Mais un énorme problème demeure : celui de l'utilisation et de la valorisation de toutes ces connaissances. C'est par la formation que ces connaissances peuvent passer dans le domaine utilisable. Il faut pour cela que la formation s'appuie sur la recherche.

Dans le domaine de l'utilisation de l'informatique pour l'enseignement, on dispose de matériel, de logiciels nombreux, mais ce n'est pas suffisant. Ce ne sont que des outils. Il faut y adjoindre le fruit des recherches sur l'enseignement. Si l'on connaît un peu l'influence de l'ordinateur sur l'enseignement des mathématiques, en revanche on mesure très peu l'influence de l'ordinateur sur l'apprentissage : qu'est ce que l'utilisation de l'ordinateur change réellement chez l'élève ? Pour une utilisation efficace de l'ordinateur, l'outil ordinateur-informatique doit être associé à l'outil "étude didactique". C'est ainsi que l'on pourra fabriquer les situations d'enseignement, les produits pédagogiques qui sont nécessaires pour améliorer l'enseignement et l'apprentissage.

L'exemple de l'informatique et de l'ordinateur montre l'importance des recherches sur l'apprentissage, l'importance et l'urgence de la formation, le caractère inéluctable de la formation, car les évolutions sont là. Cette formation doit concerner la quasi totalité des enseignants, et pas seulement les plus "mordus" et les plus volontaires.

b - En complément, voici le point de vue de C. **PAIR** sur le rôle de i'informatique dans l'enseignement des mathématiques :

Je suis parfaitement d'accord avec ce qui vient d'être dit sur l'utilisation de l'informatique, et en particulier sur le fait qu'elle devrait permettre de mieux tenir compte de la diversité des élèves. Les élèves qui ont le plus besoin d'action, ou de vue globale plutôt que d'analyse par petits pas, ou encore d'images mentales, sont défavorisés par l'enseignement actuel des mathématiques. Or on commence à voir apparaître des didacticiels, et à inventer les pédagogies associées, pour y remédier.

Par exemple, résoudre un problème mathématique, c'est le plus souvent se trouver devant une situation que l'on doit transformer. Certains élèves ont besoin qu'on leur propose dans un premier temps des transformations relativement globales, pour que le nombre de pas ne soit pas trop grand, quitte à ce qu'ultérieurement on justifie ces transformations en les affinant. Ainsi, pour résoudre une équation, on proposera des transformations telles que regrouper les inconnues, et la machine effectuera les calculs correspondants. L'élève n'aura donc pas à la fois la difficulté de déterminer les transformations applicables et celle de les appliquer effectivement. II me semble que l'enseignement traditionnel procède toujours en sens inverse, en allant des transformations élémentaires vers les transformations globales. L'informatique peut permettre de diversifier les démarches. Je regrette que nous manquions de temps pour développer ce point.

c - **Les** questions relatives à la formation initiale des professeurs de l'enseignement secondaire sont abordées. Le redoutable problème du recrutement des professeurs de mathématiques pour les années à venir est traité. Cependant, de nombreuses questions ayant été posées à ce sujet, voici la réponse de **P. LEGRAND** :

Aurons-nous assez de professeurs de mathématiques ?

En matière de recrutement des enseignants, je crois qu'il faut de toute urgence appeler les pompiers. Je voudrais donner un ou deux chiffres.

Il y a environ 1400 licenciés de mathématiques par an. Et 55 000 personnes, au titre de l'enseignement public ou privé, enseignent les mathématiques, soit comme matière unique, soit comme l'une de leurs deux disciplines. C'est à peu près l'équivalent de 43 000 enseignants de mathématiques à temps plein. Si l'on compte qu'une petite moitié seulement des licenciés de mathématiques soit 6 ou 700 se dirige vers l'enseignement, cela donne déjà une situation instable. Mais il faut y ajouter quatre facteurs aggravant la crise, et tout d'abord le voeu (combien légitime pourtant) exprimé par le Ministère d'améliorer la qualification des enseignants. Vous savez qu'il y a actuellement environ 20 ou 21 000 enseignants de haute qualité, agrégés ou certifiés, la majorité des autres n'ayant pas la licence. L'extinction du corps des P.E.G.C., mesure en soi hautement souhaitable, puisqu'elle élève la qualification générale, augmente les difficultés puisqu'un P.E.G.C. doit 21h d'enseignement et un certifié 18h. Deuxième point, l'objectif des 80% (ou 74%) d'élèves d'une classe d'âge au niveau du baccalaureat augmente aussi le besoin en enseignants du second cycle, donc en enseignants tout court. De même l'augmentation du nombre de scientifiques et de techniciens, si souhaitable soit-elle, mène aussi vers une augmentation du nombre d'heures de mathématiques enseignées. Enfin, et c'est peut-être le plus dramatique des facteurs aggravants, la pyramide des âges du corps enseignant de mathématiques présente une pointe extrêmement aigüe, qui fait que les départs à la retraite vont doubler d'ici dix ans, quadrupler d'ici vingt ans.

En résumé, nous sommes déjà dans une situation de détresse, puisque cette année il y a eu au CAPES à peu près 1 200 candidats ayant composé pour 935 places offertes. Et cette situation ne peut que s'aggraver très vite. Le ministère est conscient du problème : des études ont été faites, d'autres sont en cours, mais pour l'instant, à ma connaissance, aucune décision définitive n'a été prise.