

MODELISATION ET MATHEMATIQUES DANS LE PROJET HERMES

par

M. Perrier

(Chef du département Aérodynamique Avions Marcel Dassault)

Il y a pas mal d'années, dans le laboratoire d'Aérodynamique du Professeur BRUN, nous essayions de simuler les gaz raréfiés et de savoir si les conditions aux limites classiques des équations de Boltzmann étaient physiquement valables. Il y aurait beaucoup moins de difficultés aujourd'hui à terminer une thèse sur ce sujet qu'à cette époque.

Les progrès des mesures physiques font ainsi passer progressivement bien des problèmes de la pure spéculation à un niveau de connaissance proche de la modélisation mathématique : de nouvelles thèses appliquées apparaissent et les mathématiques en fait deviennent petit à petit le moyen de la plupart des outils utiles de modélisation du réel.

En tant qu'industriel, mon but sera de vous expliquer pourquoi l'industrie est obligée de transformer des idées en des modèles mathématiques, de changer un ensemble d'intuitions mal bâties en méthodes de calcul bien formalisées pour définir des objets bien réels dans lesquels des hommes bien réels risquent leur peau, au moins dans l'industrie aérospatiale. Pourquoi par ailleurs l'industrie a-t-elle maintenant une approche qui change petit à petit vis-à-vis des mathématiques, et pourquoi l'industrie de pointe est-elle peut-être en train de donner une ouverture nouvelle aux mathématiques, en leur permettant d'avoir une action assez directe dans ses nouveaux projets.

Nous partirons de l'exemple du projet d'avion spatial HERMES, mais il faut élever le débat ; alors vous vous rendrez compte de ce qu'HERMES est en train de démontrer d'une façon claire - parce qu'il s'agit d'un projet ouvert non militaire, qui ne met pas en cause les problèmes nouveaux et secrets de furtivité que l'on a à résoudre sur un avion de type RAFALE -. La méthodologie d'étude d'HERMES est

ouverte, et elle est européenne ; ceci est exceptionnel car elle repose sur la capacité d'échanges entre des scientifiques très nombreux et divers, ce qui n'était pas le cas dans les grands programmes militaires jusqu'à présent. Mais ce n'était pas non plus le souhait des industriels civils car ils avaient eux-mêmes un tel souci de la compétitivité qu'ils gardaient jalousement pour eux les avancées qu'ils avaient faites.

Le programme HERMES est, surtout pour les mathématiciens, exemplaire de quelque chose qui va devenir usuel ou peut-être même le mode normal d'interaction entre Recherche et Industrie dans une Europe technologiquement avancée, ou du moins dans l'Europe technologiquement avancée de nos enfants.

Il y a trois points d'entrée nets dans la modélisation de systèmes complexes avec le formalisme des mathématiques : les mathématiques en premier lieu sont considérées comme un outil d'aide à la formalisation de la modélisation. Parmi toutes les modélisations possibles, il faut choisir celle qui est physiquement acceptable : c'est l'approche qui ne pouvait être suivie il y a une trentaine d'années quand nous essayions de modéliser avec des modèles de collisions dans les équations de Boltzmann des écoulements en gaz raréfiés difficilement mesurables. En second lieu, les mathématiques sont aussi un outil de traitement de modèles discrets ; ceci est une nouveauté introduite par l'usage systématique de l'ordinateur. Autant le premier usage des mathématiques a pu être l'objet de réflexions profondes et nécessaires sur les caractéristiques propres aux équations retenues, autant l'existence, l'unicité ou le choix de bonnes conditions limites sur des équations aux dérivées partielles retenues est tout à fait nouveau. Il a été peu traité, mais il y a une école française qui est en ce moment exceptionnelle dans le monde ; et peut-être grâce à elle pourrions-nous faire de bons calculs sur HERMES.

Il y a enfin un troisième rôle des mathématiques, au moins tel qu'on le voit déjà apparaître dans l'industrie en ce moment : on commence à faire des outils d'aide à la décision logique, c'est-à-dire qu'on ne s'intéresse pas seulement aux problèmes plus ou moins continus, ou plus ou moins bien formalisés, ni aux problèmes discrets, mais aussi aux problèmes de logique, soit à tests multiples rationnels (des langages puissants comme Prolog ont été développés dans ce sens pour être plus efficaces que les lourds tests en Fortran), soit de façon plus profonde à tests globaux de vraisemblance (problèmes de reconnaissance de formes, de langages denses).

Qu'est-ce qu'un projet avancé et quelle stratégie de développement implique-t-il ? Cette stratégie doit d'abord assurer que l'objectif visé est réalisable ; il y a en effet une grande distance entre les découvertes fondamentales qui le permettent, et un produit utilisable, spécialement si c'est un objet assez complexe comme HERMES. Il y a donc toujours des risques importants à prendre des décisions prématurées, en lançant des programmes qui seraient des échecs. Science et technologie doivent pouvoir dire ensemble si un objet est probablement réalisable à un moment donné : par contre, si l'on attend trop qu'il soit réalisable sans aucun risque, un autre le fera et toute l'expérience de l'industrie montre qu'on ne fera finalement l'objet que s'il est rentable. On ne justifie les dépenses d'un produit de technologie avancée que par une audace mesurée qui fait progresser et la science et la technologie.

Ainsi, dans la vérification de possibilité d'exécution du projet, l'aide des modélisateurs et des mathématiciens est essentielle. Elle intervient à nouveau quand on en a fait une réalisation effective. Faire voler un objet extraordinaire dans l'industrie aérospatiale n'est pas suffisant ; il faut en plus faire quelque chose qui est de l'ordre de la vérification : pourra-t-il voler régulièrement, sans risques intolérables ? En faisant voler un avion par exemple, on a démontré la faisabilité pour une mission mais non l'inclusion dans le dessin des marges nécessaires vis-à-vis des aléas. Si vous voulez pouvoir prendre l'avion pour New-York régulièrement avec une probabilité de 10^{-9} , il faut que l'on se soit posé très sérieusement la question : quels sont tous les aléas possibles ? Qu'est-ce qui ferait qu'on pourrait se tromper, et que vous n'arriveriez pas à bon port ? L'expérience permet d'éliminer les aléas par la recherche systématique des causes des accidents. Ceux-ci ne font plus remettre en cause la connaissance de la physique de base pour les avions classiques mais critiquent les règles de l'art de l'ingénieur.

Si un projet est avancé, il présente au contraire des risques liés à des nouveautés physiquement mal connues. Et s'il présente des risques, ce qui le rend plus intéressant au niveau de l'ingénieur, il est aussi plus dangereux pour le passager et le banquier. Ceux-ci ne raisonnent pas comme vis-à-vis de la recherche ; pour eux, il ne faudrait pas entreprendre de recherche si l'on n'a pas l'espoir de la réussir systématiquement.

HERMES est un exemple de produit avancé non secret parce qu'il n'est pas militaire, et qu'il a été jusqu'à présent l'objet d'un

effort d'ouverture lié au fait que les technologies mises en place, bien que critiques, étaient en fait dans leur application immédiate, ouvertes. Puisqu'on n'allait pas faire des HERMES en quantité énorme, on n'allait pas en produire en marché compétitif. Or, HERMES a pour objectif ambitieux de mettre un Européen dans l'espace ; l'homme est là pour faire des actions intelligentes, en particulier en faisant face à l'imprévu, mais la survie de l'homme nécessite la reconstitution contraignante d'un milieu de vie acceptable.

Ainsi, l'évaluation des aléas est difficile ; elle est cependant nécessaire pour que l'imprévisible de l'homme dans l'espace se transforme en routine maîtrisée de l'homme actif dans l'espace.

Quelles conditions de vol doit rencontrer HERMES ? (pl.1).

Dans une représentation "altitude/nombre de Mach", en fonction de la densité de l'air, la vitesse variable fait que les écoulements autour d'HERMES évoluent des gaz raréfiés (où seuls interviennent les effets des collisions directes de molécules qui ont des libres parcours moyens importants et excluent l'évaluation à partir de l'aspect statistique moyen) jusqu'aux écoulements continus peu visqueux : des équations de Boltzmann aux équations des milieux continus mais avec l'introduction des équations des réactions chimiques, des effets de gaz réels apparaissant pour des gaz à haute température ; en fait, on recouvre à peu près tous les modèles d'écoulement depuis ceux qui interviennent dans tout problème de combustion, jusqu'à ceux auxquels ne s'intéressaient que les spécialistes des gaz raréfiés ou de simulation directe, avec ou sans chaos, voire avec la chimie la plus fondamentale.

En début de rentrée, on suit les molécules une à une mais avant la fin de rentrée est posé le problème le plus complexe des écoulements, celui de l'apparition de la turbulence, c'est-à-dire du passage aux écoulements chaotiques générés par l'instabilité à l'intérieur des couches de cisaillement ; l'équation de Navier-Stokes n'a pu encore être réexprimée dans le formalisme des équations des systèmes dynamiques pour lesquels le passage au chaos est clairement exprimable. Les solutions directes numériques montrent les principales caractéristiques des écoulements turbulents, mais n'ont pas la finesse nécessaire pour couvrir les 5 à 10 ordres de grandeur de variation de la dimension des zones turbulentes, quand elles commencent à se développer.

Approfondissons le niveau de qualité demandé à la modélisation mathématique des phénomènes. On voit sur la planche 2 un résultat de calcul qui est une reconstitution des températures à la surface de la navette américaine. Ce que nous essayons d'obtenir d'un tel calcul est de vérifier, avec le peu d'éléments que nous avons sur l'ORBITER, de vérifier finement que les outils, les modèles mathématiques et les modèles de la physique, permettent de reconstituer les températures. Il faut le faire dans les divers régimes de la rentrée : au début pour l'écoulement de gaz raréfié, puis au point le plus chaud, ensuite lors du refroidissement et quand se posent les problèmes de transition à la turbulence. Or, si un seul de ces petits points rouges qui sont visibles à l'intrados ne correspond pas au choix du bon matériau ou à un défaut dans sa réalisation correcte - ici, il s'agit de la fente entre les élevons, les gouvernes de commande de l'ORBITER, là d'un coin du fuselage - si à cet endroit-là on n'a pas mis le bon matériau, il se fera une destruction locale durant la demi-heure de très haute température et très rapidement un trou ; or cet avion ne peut être conçu intérieurement, pas plus qu'HERMES, pour résister dans une deuxième coque à une espèce de geyser concentré, une flamme de chalumeau à haute température qui transformerait l'ensemble du contenu du véhicule en un four.

Le public non spécialiste ne se rend pas compte des risques ; les médias lui ont fait ressentir, lors de cet accident déplorable qui a eu lieu sur l'ORBITER, les risques pris et qui se sont révélés critiques par un autre effet de chalumeau lié à une fuite dans les propulseurs au lancement. Pour ce qui concerne ce problème thermique à la rentrée, on peut indiquer que lors du deuxième vol, un défaut clair a été vu par rapport à la modélisation : cette figure a été choisie exprès car elle représente ce que l'on sait faire de mieux aujourd'hui, or elle n'est pas bonne.

Il y a un point chaud qui manque sur ce qu'on appelle les O.M.S. : cette espèce de bosse qui est à l'extrados ; lors du vol, ce point chaud a provoqué la destruction d'une tuile, la création d'un trou, et puis toute la structure derrière a été détruite, mais il s'est trouvé qu'il n'y avait rien d'essentiel à la poursuite du vol dans les équipements qui ont été détruits, par chance, et l'avion est revenu. Une bonne partie des vols de l'ORBITER comprend, à chaque fois, un petit problème comme cela. Donc, il faut que les mathématiciens voient par cet exemple que le jeu actuel des technologies avancées est quelque chose qui est difficile, voire angoissant ; si les ingénieurs se retournent vers tous les cerveaux capables de leur donner les moyens de

comprendre, c'est vraiment parce qu'on voudrait se placer dans des conditions de sécurité plus raisonnables lorsque l'on met l'homme dans l'espace.

Autre exemple plus simple de mécanique du vol et d'optimisation de trajectoire : dans le corridor suivi par l'avion spatial en coordonnées "altitude et vitesse", il y a une limite qui correspond au plafond : vous ne pouvez pas voler plus haut de façon continue par manque de densité de l'air qui porte l'avion. Et puis vous avez une autre limite vers le bas. Quand vous êtes trop bas et trop rapide, vous êtes trop chaud. En traçant les limites technologiques actuelles, apparaît un rétrécissement local, un petit corridor ; si l'on n'a pu prévoir à l'avance que sa dimension est suffisante vis-à-vis des dispersions de trajectoire, le véhicule n'arrivera pas entier au sol. A cause des paramètres aléatoires de l'atmosphère qui provoquent des dispersions de guidage, une étude doit être poursuivie grâce à l'ordinateur, étude statistique dont les résultats dépendent entièrement de la valeur des outils de simulation non seulement du véhicule mais de la haute atmosphère terrestre.

Ainsi, un vol doit être réévalué après coup pour savoir s'il a rencontré des conditions climatiques exceptionnelles, s'il a franchi un certain nombre de points critiques, et avec quelles marges de probabilité. On en a présenté ici un, mais il y en a d'autres - pour lesquels aussi on vérifie que la réussite entière du projet repose sur une approche par modélisation. Elle est plus nécessaire sur HERMES que sur l'ORBITER américain qui, étant plus gros, doit résister à des flux plus faibles (les flux varient sensiblement comme la racine carrée des dimensions).

Nous voudrions réussir le dessin aérothermique d'HERMES, dans un esprit différent de l'ORBITER : l'Europe souhaite le faire le plus petit possible, et en même temps le plus fiable possible. Or, ceci n'est réalisable que maintenant ; ces dernières années seulement, l'ensemble de la communauté des mécaniciens des fluides, des physiciens, des modélisateurs, des mathématiciens, a suffisamment progressé pour permettre que la modélisation d'HERMES soit bien faite. Ainsi, la technologie européenne d'HERMES va pouvoir être une technologie de même niveau que la technologie qui se met en place aux États-Unis en ce moment pour résoudre les mêmes problèmes. Nous n'avons pas choisi de faire la démonstration d'une technologie avancée : elle n'a pas été faite sur l'ORBITER et elle est typiquement la technologie du futur.

A l'intérieur de mon Département d'Aérodynamique des Avions Marcel Dassault - Bréguet Aviation, nous avons créé un Service Mathématique, en fait d'analyse numérique. Il est devenu un des quatre Services de base, avec le Service de Mécanique des Fluides, qui correspondrait assez bien au problème de modélisation, et puis avec deux services plus industriels. Cette équipe d'analyse numérique est en relation en France avec une vingtaine de groupes de recherche, et elle est en relation aussi avec une autre vingtaine de groupes de recherche hors de France ; cette ouverture est nécessaire mais rare dans l'industrie. Elle est comparable aux relations de recherche du Groupe de Mécanique des Fluides qui a une tradition très ancienne de collaboration Recherche-Industrie. Ainsi, le support mathématique aux codes de simulation numérique est-il devenu une pierre majeure dans la stratégie industrielle des nouveaux projets.

Si l'on repère rationnellement tous les points critiques d'un nouveau projet du point de vue aérodynamique, et puis si l'on note les limites des moyens expérimentaux (dont la soufflerie), on peut tenter de dire si la prévision sera bonne ou pas bonne, les calculs seront bons ou pas bons de façon à acquérir une certitude suffisante dans la définition : il faudrait démontrer ceci ou cela, etc... Il faut certes faire une telle liste et on l'a faite sur HERMES avec beaucoup de soin. C'est typiquement le problème de l'industriel de couvrir ces problèmes, mais le problème de l'industriel c'est aussi de savoir avec certitude s'il y a des endroits où il ne sait rien, où il faut qu'il se retourne vers des gens plus compétents que lui, parce qu'ils ont réfléchi depuis longtemps sur un problème physique particulier d'une manière complètement indépendante vis-à-vis du projet HERMES. L'industriel doit raisonner à partir des éléments qu'il doit extraire de l'expérience et du calcul conjugués, c'est-à-dire les efforts aérodynamiques créés par les pressions et les flux générés par les différences de température, les espèces chimiques définissant aussi l'environnement. Ces éléments de définition dépendent de sept paramètres extérieurs, qui sont le nombre de Mach, le nombre de Reynolds, le nombre de Knudsen (il repère la raréfaction mais est dépendant des deux précédents), le rapport des températures fluides-corps, les paramètres repérant les effets de gaz réel et la chimie de dissociation dans l'écoulement ou de recombinaison catalytique sur la surface de l'avion.

Avec un tel nombre de paramètres, une identification complète terme à terme est difficile sans modèle *a priori*. On ne peut plus extrapoler à partir de quelques essais au sol correspondant à des groupes de paramètres toujours différents du vol. Typiquement, un avion civil est extrapolé en nombre de Reynolds à partir de calculs

puis d'une vérification globale, au bon nombre de Mach par la simulation en soufflerie avec la géométrie exacte à l'échelle. Donc, extrapolation pour un paramètre comparé à l'extrapolation pour 7 puisque l'on ne peut pas assurer au sol la couverture des Mach et des températures les plus élevées. Avec sept paramètres, il est totalement irréaliste d'extrapoler sans modèle *a priori*.

La zone couverte par l'expérience, c'est par exemple la petite zone indiquée sur la planche 3 et puis la zone qu'il faudrait vérifier, et qui va être couverte par de la modélisation, c'est la grande zone hachurée, beaucoup plus importante.

Dans la modélisation à deux ou trois paramètres, on fait une maquette d'avion à l'échelle exacte dans une soufflerie, et on extrapole les paramètres au vol pour que le vol ait tous ses paramètres connus. Le modèle est constitué de tables ou de diagrammes assez complets pour fournir une bonne connaissance *a priori* permettant sur simulateur de vol une bonne prévision du vol. Dans la modélisation à grand nombre de paramètres, on doit modéliser les phénomènes et non tabuler seulement les variations des efforts et des flux avec les paramètres : sur chacun des problèmes élémentaires, on va modéliser l'effet des paramètres en résolvant les équations de la physique du problème. Ainsi va-t-on travailler à trois niveaux, correspondant à ces questions : quels phénomènes physiques sont présents, quel modèle mathématique peut valablement représenter la physique, et quelle est la mathématique discrète qui représente la mathématique modèle, mathématique elle-même du continu ou du non continu selon qu'il s'agit de modélisation continue ou non continue ?

On va donc passer d'une voie de raisonnement qui vérifiait l'objet par lui-même, i.e. l'objet tel qu'il était avec sa géométrie, à une voie de raisonnement où l'on vérifie les éléments qui permettent de définir le modèle. On peut maintenant dresser une nouvelle liste qui cette fois n'a plus rien à voir avec la précédente et qui n'est pas par éléments industriels (nez, gouvernes, dérives...) ou par thèmes de simulation du mouvement (coefficients de stabilité latérale, longitudinale...) mais qui est par sujets de recherche, et où l'on retrouve comme par hasard tous les sujets de la mécanique des fluides classique, et puis aussi tous les sujets de l'analyse numérique associés à une reformulation de nombreux problèmes de mathématiques non appliqués. Et à partir de ces deux listes, on va pouvoir établir une certaine collaboration entre l'équipe de Dassault et la Communauté

scientifique : une certaine relation est créée entre les gens qui font des calculs, les gens qui font de la mathématique, les gens qui font de la physique.

Je voudrais faire ici une petite remarque qui couvre le problème de modélisation en général. Toute modélisation générale de la physique peut être exprimée sous forme d'un modèle formé d'opérateurs : pour HERMES, les équations de l'écoulement font intervenir des opérateurs de divergence (conservation), de rotationnel et de produit vectoriel (termes de force, de travail, d'énergie), de gradient (termes de viscosité, de flux), de changement de repères (termes de convection, d'invariance galiléenne), de Laplacien (diffusion ou dispersion d'énergie) etc... dans des groupes d'équations aux dérivées partielles couplées que l'on résout numériquement sous forme d'équations discrètes. On peut aussi choisir une modélisation discrète a priori reposant sur des opérateurs matriciels ou des opérateurs ordinaires très simples. Dans ce cas, l'effort du mathématicien est de trouver l'équation continue analogue au modèle discret plus simple et facile à calculer (par exemple avec des réseaux de calculateurs parallèles).

Autour de ce noyau mathématico-physique, la couche scientifique, vous avez un certain nombre de boucles qui permettent de faire converger progressivement votre résolution numérique vers la solution de votre problème de maillage, en couvrant le problème d'optimisation. Tout ce modèle numérique devient ainsi rapidement très complexe et la seule solution rationnelle à son implémentation sur ordinateur, c'est le développement du code en des niveaux successifs de plus en plus complexes.

On part d'un modèle simple que l'on l'enrichit progressivement ; le résultat présenté plus haut dans le cas des températures de l'ORBITER est obtenu de la façon suivante : la couche scientifique (scientific layer) est une solution des équations d'Euler, sans viscosité, plus des calculs de couches-limites sous forme de deux calculs séparés, qu'on fait séparément parce qu'on suppose que toute la viscosité est dans des couches-limites. Cela constitue un certain niveau qu'on pourrait appeler le niveau zéro. Et le niveau souhaitable pour certifier que l'on a tout pris en compte, est un niveau qu'on pourrait appeler 4, où il y a à peu près tout, du moins tous les éléments physico-chimiques modélisés qui semblent essentiels pour la prévision de faisabilité et l'optimisation du projet. On va ensuite définir des étapes de difficultés. Ce qui est tout à fait caractéristique de la difficulté du projet HERMES, au contraire de ce qui se passe habituellement, c'est

qu'à ces niveaux de difficultés correspondent des niveaux de difficultés mathématiques et des difficultés de modélisation physique. De plus, c'est seulement quand un niveau est atteint qu'on peut espérer résoudre certains problèmes. Autrement dit, que l'ensemble du calendrier de l'opération est attaché à la réussite du passage d'un niveau à un autre. C'est peut-être la première fois qu'un programme industriel majeur voit certaines de ses étapes essentielles - la décision par exemple de lancer effectivement en fabrication HERMES - attachées à la réussite du passage d'un certain niveau de modélisation à un autre niveau, réussite qui elle-même dépend de la compréhension de la physique et de sa modélisation mathématique.

Il faut revenir à nouveau sur ce problème en précisant ce qu'on appelle la *scientific layer*. En partant de l'extérieur, on doit trouver dans un gros code industriel un certain nombre de couches successives ; une couche qui fait en général de la géométrie, une couche qui génère des maillages, et ce n'est pas un mince problème de générer cette connexion entre de multiples points, qui ressemblent à un arbre tridimensionnel (on sait que nos connaissances mathématiques sur les arbres tridimensionnels sont faibles) ; ensuite, la gestion de l'ensemble des données qui est de l'informatique classique mais difficile à cause de l'ampleur des données et des limitations imposées par la mémoire de l'ordinateur. Enfin, il y a au centre une couche scientifique qui repose sur de la mécanique des fluides ou de la chimie et de l'analyse numérique. Donc voilà la partie principale, le coeur du programme, mais souvent la plus petite en nombre d'instructions : la *scientific layer* numérique. Derrière, vous avez une adaptation au travail parallèle. Vous avez un certain nombre de sous-programmes souvent énormes par la quantité d'instructions qui visent à sortir les résultats et à les comprendre, donc à les visualiser, à les comparer ; et puis vous avez des programmes d'interface pour la fabrication de nouveaux groupes de données, de façon par exemple, à transmettre votre information à un autre département, qui, lui, travaillera sur la détermination de l'épaisseur de matériaux isolants.

Un gros code industriel est typiquement compris entre cent mille et cinq cent mille instructions Fortran. C'est un bouquin, un gros bouquin, qui est du Fortran, ce n'est plus écrit à la main, et ce qu'on appelle la *scientific layer*, au milieu, c'est tout petit, c'est 10.000 instructions. Mais si ce centre n'est pas bon, le reste s'effondre, bien sûr. Vous pouvez faire des tas de maillages, des tas de visualisations de résultats, si au milieu votre modélisation n'est pas validée, tout l'effort industriel est gaspillé.

Comment essayer de faire progresser cette *scientific layer* : on va procéder par étapes de recherches. Ce qui a été retenu sur HERMES correspond à trois étapes de trois ans. Pourquoi trois ans ? Parce que c'est une bonne durée pour une thèse, pour une recherche de base comme pour une recherche appliquée. Donc trois étapes qui vont être directement connectées avec les étapes d'amélioration du niveau du code ordinateur. Et puis, un peu avant la fin de chaque étape, on proposera de faire ce qu'on appelle un *workshop*, i.e. qu'on fait tourner les codes, soit au niveau industriel, soit au niveau de la recherche, et que l'on vérifie où l'on en est sur des cas simples bien documentés et pourvus de leur pendant d'expériences fines et précises autant qu'il est possible.

La Science n'existe pas en publication ou en livre mais comme un ensemble d'instructions Fortran appliquées à un cas qu'on a vérifié expérimentalement et qui donnent un certain résultat. Ce n'est pas tout à fait la même chose. Quand on est industriel, on a une longue expérience de la distance énorme qu'il y a entre la formulation discrète d'une équation ou une formule dans un livre, et un code qui marche couramment, et plus encore un code qui retrouve effectivement avec régularité ce qu'on mesure dans une expérience bien faite.

Dans le programme HERMES, comment ce genre d'interface peut-il être réalisé ? Après la phase initiale, longue de définition contractuelle, ont été choisis des partenaires scientifiques : pour cette première période de trois ans, il y a quarante groupes de recherches en mécanique des fluides, et trente-sept groupes en analyse numérique et en mathématiques. A eux de poser aussi des questions à leurs collègues plus fundamentalistes ou plus spécialistes sur des points limités. Cela représente donc au total un peu moins de quatre vingts personnes responsables scientifiques et un nombre plus élevé de thésards.

Ce ne sont pas toujours de gros groupes qui travaillent. Quand on dit 37 sujets de recherche, cela signifie en général un grand spécialiste de la question, plus un thésard ou peut-être deux thésards au maximum, mais pour les thèses expérimentales, il faut souvent un support technique considérable. Ce sont cependant, en général, de toutes petites unités, où l'apport personnel est prépondérant, parce que les problèmes à étudier sont très pointus, et si vous avez des problèmes très pointus, vous ne les résoudrez pas en mettant quarante personnes ensemble, car il n'y a pas quarante experts de la question et il n'y a

pas une personne qui puisse diriger quarante personnes pour arriver à organiser correctement ou faire avancer plus vite les choses. Il faut un temps déterminé, il faut des hommes. Tout ceci repose sur les hommes.

Derrière chacune de ces trente-sept actions plus mathématiques qui couvrent les problèmes posés par la résolution des équations d'Euler, puis de Navier-Stokes et jusqu'aux équations de Boltzmann, il y a ces trente-sept petits groupes de recherche qui sont en train d'apporter chacun leur pierre à l'édifice. Ils sont répartis partout en Europe. Un petit exemple : nous avons eu une réunion de toutes ces personnes à Stuttgart, il y a un mois, et dans cette réunion, si je prends le groupe qui travaillait sur Boltzmann, composé de gens de l'Ecole Normale Supérieure de Paris, d'Allemands de Kaiserslautern et d'Italiens, ce groupe a pu avancer sur un sujet qui était à l'abandon depuis plusieurs années et sur lequel les spécialistes des mathématiques fondamentales, de l'analyse numérique et de la physique ne s'étaient jamais rencontrés ! Pour permettre aux équations de Boltzmann d'avoir un noyau de collision plus réaliste c'est-à-dire d'être plus près des problèmes de haute température, il fallait cette rencontre. Or, le fait de ne pas tirer au sort de façon aléatoire les collisions mais de tirer d'une façon bien précise les molécules *a priori* vient de faire passer une convergence qui était en \sqrt{n} , comme toutes les convergences aléatoires, en une convergence en n ; cela veut dire qu'on va pouvoir enfin calculer des cas réalistes tridimensionnels. Auparavant, on ne pouvait pas calculer mais seulement faire des estimations grossières car l'ordre de grandeur de ce qu'on pouvait calculer correspondait à des temps de calcul irréalistes dans le cadre du programme. Il fallait réunir un spécialiste des modélisations internes à Boltzmann, et un mathématicien bon connaisseur des équations aux dérivées partielles complexes, prêt à aborder peut-être l'effet de l'introduction de termes aléatoires. Ainsi dans cette période de trois ans, on espère élever le niveau technologique européen en élevant le niveau des connaissances scientifiques aussi bien en mathématique qu'en physique.

Autre remarque : si l'on note sur une carte les lieux où s'effectue la recherche, on retrouve des endroits à haute industrie et à haut niveau de recherche mais aussi des zones parfaitement désertes en industrie. L'apport scientifique n'est pas centralisé, il est même non négligeable dans des pays non industrialisés, ce qui est un espoir pour l'Europe de demain. Pour valider l'effort effectué, une seule méthode : organiser des *workshop* tant expérimentaux que théoriques ; les cas tests seront-ils faciles à calculer au bout de 3 ans ? Les plus simples bidimensionnels (effet de rampe par exemple) seront alors remplacés

par les plus complexes (double ellipsoïde, schématisation d'HERMES). Il ne faut pas surestimer le niveau de qualité de nos calculs actuels. Un récent *workshop* américain sur un calcul de flux en hypersonique a vu 9 sur 10 des participants fournir des résultats trop éloignés de l'expérience pour mettre en cause les mesures, et il s'agissait d'hypersonique froid ! Sur les dix réponses, une seule avait un semblant de similitude avec le résultat expérimental, c'est-à-dire était dans une bande raisonnable, de l'ordre de 5 à 10 pour cent en flux à partir d'une simple résolution des équations de Navier-Stokes. Simplement le fait de s'être placé à nombre de Reynolds élevé laminaire dans des conditions un peu exotiques à Mach 10 à un peu haute température a fait qu'il y avait des gens responsables d'erreurs locales de trois cent pour cent dans les flux ; on ne peut pas définir HERMES avec une méthodologie qui ferait une erreur maximum de trois cent pour cent sur les flux.

Un effort un peu analogue doit aussi être fait sur les mesures expérimentales, il faut simplement que vous le sachiez. Et j'insiste aussi sur le fait que les industriels ont un peu tendance à bousculer le CNES qui a du mal à admettre qu'on souhaite faire une démonstration en vol avec un petit véhicule à petite échelle, parce que dans ce magnifique programme HERMES toute la nouvelle technologie est davantage construction intellectuelle que réalité éprouvée. Dans le domaine de l'ingénieur, il faut vérifier qu'on n'a pas oublié des problèmes lors de la définition. Donc tout industriel responsable a une certaine tendance à dire qu'on démontrerait bien la technologie européenne si on faisait, peut-être avant HERMES, un véhicule à échelle plus petite sur lequel on pourrait vérifier qu'on ne s'est pas trompé. On peut aussi imaginer d'autres stratégies, mais elles devraient être très prudentes pour ne pas risquer la vie des astronautes. Redisons à nouveau que c'est peut-être la première fois qu'un programme majeur est attaché à des délais qui sont comme des feux rouges technologiques ou des feux rouges scientifiques. Si vous ne réussissez pas à passer au niveau trois ou quatre, il vaut mieux s'arrêter, il vaut mieux retarder le programme que de continuer à bâtir un véhicule dont la réussite n'est pas assez certaine.

Une autre méthodologie qui a été mise en place pour la première fois avec HERMES est la méthodologie dite en anglais des *alternate methods* : l'équipe qui modélise et qui construit le gros code Fortran peut faire un certain nombre de choix ; il n'est pas évident que ces choix soient judicieux. C'est-à-dire que même si chacune des 77 actions de recherche ou des 37 actions de recherche en analyse

numérique a recommandé telle direction, elles ne vont pas définir de façon unique la méthode de résolution, sans simplification du modèle ; pour prédire correctement la pression en tel point de l'avion peut-être faut-il recommander par exemple un schéma TVD, un limiteur de Roe etc... Mais ce qui est recommandé en général marche mieux dans un tel endroit et un peu moins bien ailleurs, etc... Et il y a des méthodes qui ne sont pas bonnes mathématiquement mais inévitables pour des raisons de coût, donc il reste une grande dispersion possible des résultats, ce que l'on voyait bien dans le *workshop* de Langley auquel je faisais allusion : il y avait 10 personnes qui avaient fait 10 codes différents par leurs réponses. La méthodologie retenue est telle qu'un certain nombre d'industriels font tourner des codes différents à partir certes de la même physique de base mais non de la même modélisation ; chacun fait son propre code et son propre choix de méthode, de façon à obtenir un résultat (peut-être un peu différent) qui puisse porter d'une certaine façon la contradiction aux autres résultats. Actuellement ont été retenus pour ces *alternate methods* MBB et DORNIER en Allemagne et SAAB en Suède. Nous chez Dassault, nous avons retenu le code maximum puisque nous sommes les responsables de l'intégration globale, donc nous devons être capables des calculs maximum ; pour Dassault l'objet le plus complexe au niveau de la modélisation doit pouvoir être calculé avec une approximation par éléments finis capable de prendre en compte tous les détails géométriques, mais d'autres vont prendre des méthodes plus simples qui peut-être risquent de nous poser des questions nouvelles par leur meilleure vérocité relativement à des expériences. Avec leurs codes, les industriels des *alternate methods* proposeront donc des modifications ou des améliorations du dessin initial fort utiles ainsi qu'une justification de ces améliorations lors d'essais partiellement comparables puisque nous savons que les moyens au sol sont insuffisants. Ces essais en fait valideront le modèle et non l'avion.

Je voulais dire aussi un petit mot sur la notion de progressivité. La progressivité de l'acquisition des connaissances est intuitive, bien que les résultats de la science soient complètement discrets ; de même, le travail d'amélioration progressive de la définition d'une forme est quelque chose qui est relativement continu et résulte en fait de ce processus d'amélioration continu des connaissances. Donc, il y a un effort systématique à faire pour que les participants au programme HERMES ne cessent pas d'améliorer leur niveau scientifique et technologique. Ainsi, des équipes doivent être développées puis maintenues avant qu'elles diffusent, en les assurant, les retombées

technologiques du projet. Le manque d'équipes formées ne peut être pallié que par un effort d'éducation continu des équipes avancées mêlant leur travail de recherche et le travail de transmission des acquis.

Parlons maintenant d'une courbe qui exprime le progrès continu des capacités de calcul ; quand on veut évaluer la quantité de calcul nécessaire à une simulation d'écoulement complexe, l'unité réaliste majeure, dont on ne parle pas assez est le teraflop : soit 10^{12} opérations flottantes. C'est l'unité typique du monde de la simulation numérique avancée et ce que l'on doit savoir c'est que, chaque 10 ans, son coût est divisé par 3 à 4. L'évolution actuelle des puissances maximales des superordinateurs est telle qu'on gagne un facteur 10, un ordre de grandeur en nombre de teraflop fabriqués pendant un temps donné, en sept ans. C'est-à-dire que dans la durée d'un programme de développement d'avion, le nombre de calculs qu'on va pouvoir effectuer va être multiplié par 10 ; il faut donc avoir une vue dynamique de l'impact des calculs au cours du programme HERMES ; ceci veut dire aussi que le programme qui sera utilisé pour la validation finale d'HERMES, doit être certifié maintenant ; il doit commencer à tourner au niveau industriel dès maintenant. Cette remarque montre un déséquilibre énorme entre les besoins de la recherche et les besoins de l'application, puisque les besoins de la recherche actuelle doivent préparer jusqu'au niveau de tests significatifs les besoins de l'application dans dix ans : un gros effort doit être fait pour que les calculs de validation et de compréhension d'aujourd'hui soient à un niveau suffisant pour permettre en fait, à un coût final plus faible, la validation des projets de demain. Le teraflop est le niveau correspondant dès aujourd'hui à la capacité de calculer un ORBITER ou un HERMES. On donne sur la planche 4 un exemple où figurent les mailles du calcul que font apparaître les irrégularités de gradients. C'est un calcul d'échauffement : c'est typiquement un calcul d'un teraflop ; ce teraflop correspond actuellement sur un gros ordinateur ou un superordinateur à une nuit de calcul, donc c'est un calcul tout à fait accessible. Sur un avion militaire comme le RAFALE, on dépense en ce moment autant en ordinateur qu'en essais en soufflerie. Sur HERMES, on va dépenser un peu plus en calculs qu'en essais. Mais si on était logique avec le poids plus élevé des phénomènes accessibles seulement par le calcul et si l'on comptait le support scientifique, on dépenserait beaucoup plus en calculs qu'on ne dépenserait en essais. Et ceci est une tendance générale, liée au fait que si on veut modéliser des phénomènes complexes tridimensionnels, il faut un certain niveau de calcul qui est à peu près le teraflop. Un

modèle physique, qui s'exprime en code Fortran sous forme d'un modèle numérique discret, nécessite une vérification continue et relativement fine, soit sur les exemples expérimentaux de la physique, soit sur l'application industrielle elle-même pour vérifier sa vraisemblance.

Voici un petit exemple tout simple : deux calculs avec des modèles différents d'échauffement sur des projets HERMES. On ne trouve aucune surchauffe à tel endroit précis quand on prend un modèle d'ordre zéro très simple, mais dans le cas où l'on prend un modèle plus sophistiqué (Euler plus couche limite) on trouve un problème d'échauffement local.

Le modèle le plus simple de modélisation des écoulements hypersoniques est Euler ; simplement, il faut ajouter des équations d'état plus réalistes à haute température que le modèle de gaz parfait isentropique, d'où ces équations complémentaires relatives aux gaz réels : mais ces petits termes supplémentaires ont une constante de temps extrêmement courte. Comme les problèmes analogues de réactions chimiques, ils induisent ce que l'on appelle des *stiff-problems* systèmes couplés d'équations différentielles à coefficients extrêmement variables. Telle équation par exemple aura des coefficients multipliés par un facteur 10^3 ou 10^6 par rapport aux constantes typiques d'intégration nécessaire pour les équations de base ; ainsi un comportement asymptotique doit se faire à deux échelles. Quand les forts gradients d'une part des variables associées à des équations molles coïncident avec les faibles gradients des équations plus raides, il y a couplage étroit et toute la solution en est modifiée. La question est alors : peut-on approcher par des termes complémentaires réalistes la perturbation des équations les plus molles ou doit-on obligatoirement intégrer avec le pas le plus faible ? La modélisation des termes des équations raides est une nécessité pour éviter des calculs 10^3 ou 10^6 fois trop longs. Toute modélisation évite ainsi de prendre en compte les pas de calcul adaptés à l'atomistique pour un phénomène macroscopiquement plus lent. Une des voies est l'approche stochastique suivie de théorèmes de la moyenne cohérents.

Il faut aussi entrer plus en détail dans le problème des maillages. On peut donner un petit exemple sur le problème des maillages que vous avez vu apparaître continuellement. Supposez que vous vouliez obtenir avec précision la position d'un choc en hypersonique. L'idéal avec un maillage variable serait d'avoir un maillage très serré autour du choc et très lâche ailleurs ; ce choc serait d'autant plus étroit que le

maillage serré le serait et en taille et en orientation. On donne un agrandissement d'une petite zone autour du choc où ceci est réalisé ; il n'y a pratiquement pas de mailles ou très peu hors de la discontinuité. Problème : trouver un algorithme de calcul qui met en place le maillage sous forme d'un ensemble de points bien disposés avec l'ensemble des connexions entre les différents points. Les connexions elles-mêmes aident à définir le choc : des segments bien choisis dans leur orientation précisent mieux le choc qu'une simple augmentation de la densité des points : le critère d'un bon résultat est tensoriel. Ce critère n'est déjà plus simple mais vous allez voir qu'il y a un problème de principe sous-jacent : considérons un résultat de sous-maillage sur HERMES. C'est très bien parce qu'effectivement le choc de départ est très grossier ; on raffine et on trouve un choc très fin, et puis on trouve un petit choc qui n'était à peu près pas visible auparavant. Mais alors si vous faites cela en partant d'un maillage qui est trop grossier, vous risquez de ne pas repérer un quelconque gradient là où finalement il faudra raffiner : le maillage grossier peut ne rien trouver. Donc si vous n'avez pas fait une exploration suffisante de tout votre problème, vous ne pourrez jamais extraire les difficultés raides du problème. On vient de mettre en évidence l'un des problèmes majeurs de tout ce qui est la modélisation : qui dit modélisation dit aussi processus imposant sa propre grille de lecture de la physique modélisée. Et sans une surveillance détaillée et une souplesse d'auto-ajustement du maillage aux gradients de celle-ci, on génère de fait une incapacité à saisir tous les imprévus. L'expression mathématique de critères précisant le comportement local des solutions des équations aux dérivées partielles est un besoin urgent ; peut-être des travaux déjà bien clarifiés de géométrie différentielle devraient-ils fournir de tels critères relatifs aux caustiques ou autres singularités des champs de vecteur associés aux surfaces singulières solutions. Ainsi, la sélection de meilleurs maillages est à la rencontre des mathématiques du continu et des mathématiques de la décision.

Un élément essentiel de l'apport des mathématiques encore à développer est relatif au problème de la modélisation de la turbulence en mécanique des fluides, turbulence qui est compliquée dans le cas hypersonique par une tendance à l'anisotropie augmentée : le chaos correspondant garde cependant trace des conditions aux limites qui l'ont généré et en moyenne des effets macroscopiques cumulés résultant des équations de Navier-Stokes. Ainsi, tout progrès dans l'analyse des propriétés des EDP à coefficients stochastiques, tout progrès dans la définition des modes d'instabilités moyens et de leur interaction comme résonateurs générateurs de chaos, et toute avancée mathématique dans

l'extraction d'ensembles flous, spécialement comme superposition d'objets fractals, permettra de modéliser mieux ce qui est le plus complexe et le plus fascinant dans ce mélange d'ordre et de désordre propre à la turbulence des fluides.

Une des caractéristiques de la modélisation des fluides, qui apparaît encore plus complexe dans les fluides turbulents réactifs, est la complexité des effets de changement de repère : l'expression de lois simples en variables de Lagrange entraînées par l'écoulement local, transposées dans un repère fixe d'Euler, donne des effets de convection, des forces de Coriolis liées aux écoulements tourbillonnaires. Cette complexification est très nette quand on repère les vitesses relatives de phénomènes à l'échelle atomique, par exemple la stabilité de fronts de flammes, mélangés à une approche probabiliste. A ce point de vue, la relative stabilité dans l'espace relatif aux corps limités par l'intervalle étroit choc-corps des phénomènes chimiques à la rentrée d'HERMES en fait une bonne introduction aux phénomènes plus complexes de flammes libres. Par contre, les décollements turbulents en air dissocié font apparaître la coexistence de zones à entraînement moyen très variable dans les bouffées turbulentes.

En conclusion, il me semble qu'il faut insister sur deux axes de recherche particulièrement importants pour la modélisation future : l'apport de la logique mathématique et celui de la mathématique des processus aléatoires. Résoudre des problèmes de pure logique est un objectif déjà présenté dans les exemples du problème du maillage ; il est nécessaire aussi pour des problèmes plus généraux incluant la génération des réseaux électriques complexes et le contrôle de leurs erreurs : éviter l'erreur du repliement de maillage, du croisement de fils. L'un et l'autre sont des arbres tridimensionnels pour lesquels il faut éviter les recensements systématiques, les tests de logique correspondants sont en $n!$. La découverte d'approches nouvelles moins logiques et plus intuitives est donc essentielle, de la même façon que la vraie intelligence artificielle doit s'éloigner de la pure logique déductive complète pour la réserver à des sous-ensembles et gérer la complexité par un langage symbolique global flou mais riche en analogie comme le langage naturel. Alors la programmation de méthode heuristique deviendra plus conviviale.

La mathématique des processus aléatoires est surtout présente dans la pratique du calcul d'HERMES par la recherche d'une formulation des équations de Boltzmann avec chimie et interaction

avec l'interface d'une paroi. C'est cette reformulation qui permettra une approche plus puissante que la moyenne exagérée contenue dans l'approche thermodynamique globale. Les mathématiques permettront alors d'extraire les lois de comportement des fluides moyens et les formulations correctes des conditions aux limites équivalentes dont le besoin est évident pour une modélisation réaliste non seulement comme en turbulence des petits tourbillons, mais des effets macroscopiques des phénomènes ayant lieu à la taille des molécules ; on couvre un énorme intervalle de modélisation de l'échelle atomique à l'échelle des plus gros tourbillons : comment ne pas oublier les effets macroscopiques indirects liés à l'homogénéisation mathématique des différentes échelles ? Ceci sans perdre de vue que l'aspect moyen de l'écoulement doit être complété par une évaluation des fluctuations probables : les plus lentes au moins, voire les structures quasi-stables locales, peuvent détruire les matériaux d'HERMES localement alors que les valeurs moyennées en temps et espace resteront acceptables.

Dans ce survol de l'apport des mathématiques au projet HERMES, il semble que l'on couvre une bonne part des efforts mathématiques actuels. On ne peut dire que l'aboutissement de la totalité de ces efforts est requise pour l'aboutissement heureux d'HERMES, mais leur rôle pour les points critiques est essentiel : déjà actuellement en fin de la première année de recherches, orientée vers l'aide à la meilleure connaissance des points critiques, on a vu des retombées importantes des mathématiques sur la façon de concevoir la simulation à ses différents niveaux. Les exigences de performances et de sécurité requises par la fabrication d'un avion spatial destiné à emmener l'homme dans l'espace de façon routinière, et les progrès récents des mathématiques permettent dès aujourd'hui de faire d'HERMES un programme exemplaire, image de la future interaction accrue entre la recherche de base et l'industrie.

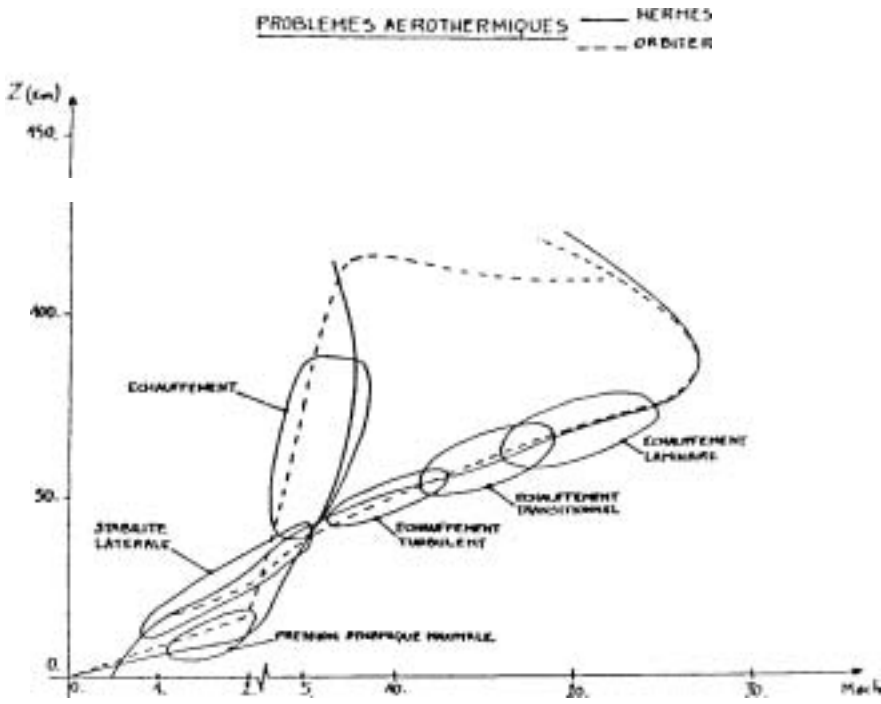


Planche 1

ORBITER FI-25. ALFA-40. CALCUL EULER AMD-BH

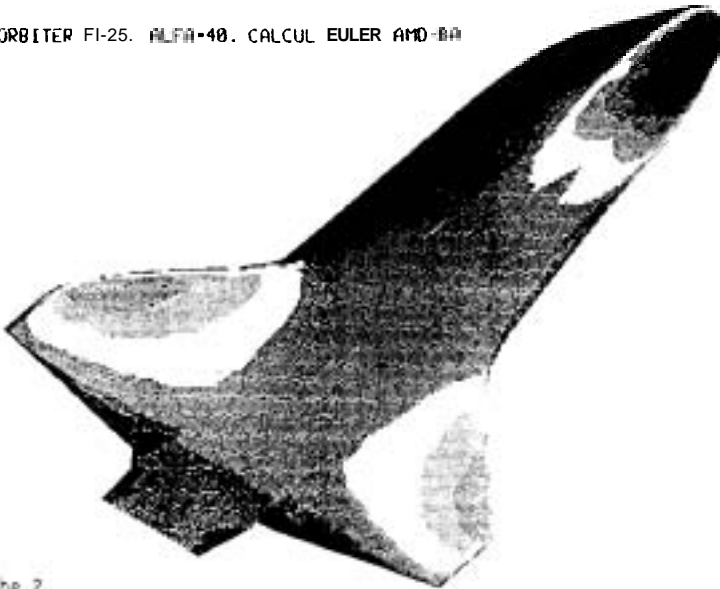
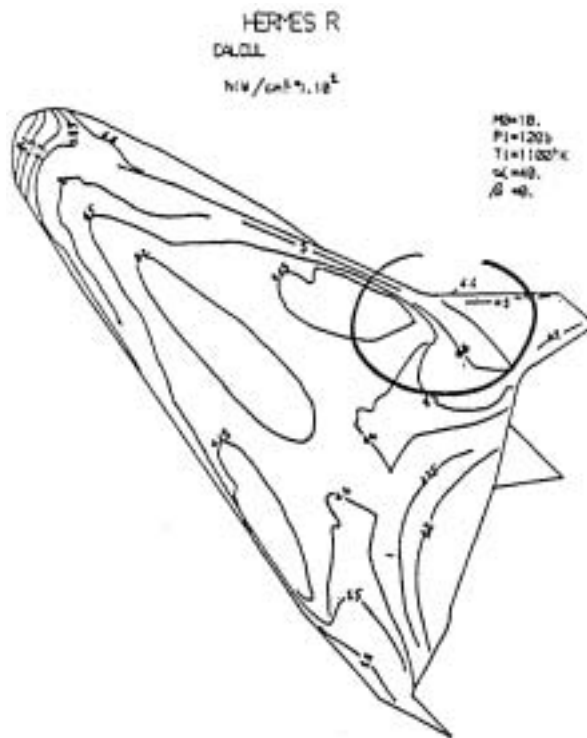


Planche 2



HERMES R
EXPLOITATION THERMOCOLOR R3 CH

